

*Dia 30 março  
às 14 horas*

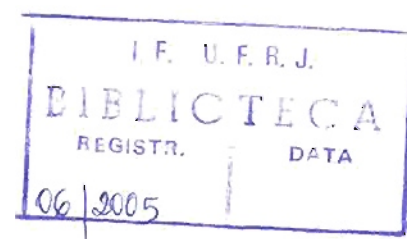
Aluno: Edson da Silva Costa

Orientadora: Lígia de Farias Moreira

# **Equilíbrio Mecânico: Uma Nova Proposta para o Ensino Médio**

Trabalho de final de curso para obtenção do Grau de Licenciado  
em Física pelo Instituto de Física, UFRJ.

Universidade Federal do Rio de Janeiro  
Março de 2005



### *Dedicatória*

Dedico este trabalho à memória  
do meu avô João Fernando da Silva,  
que deu imensa contribuição pra  
minha formação e cujo sonho era  
me ver formado e atuando na  
profissão de professor.

## *AGRADECIMENTOS*

Gostaria de agradecer primeiramente a Deus por ter me dado força nos momentos mais difíceis da minha vida. também gostaria de agradecer a todos os amigos e familiares e todos os professores que contribuíram para minha formação humana e profissional.

Em especial agradeço a minha professora orientadora Dr<sup>a</sup> Lúcia de Farias Moreira, sem a qual não poderia e não conseguiria elaborar este trabalho e nem conseguiria caminhar na vida profissional. Agradeço do fundo do meu coração a esta pessoa maravilhosa e uma grande amiga que me ajudou no momento crucial da minha vida.

## RESUMO

Neste trabalho tratamos os conceitos chaves para o estudo de equilíbrio mecânico através de diversos experimentos que nos permitiu fazer uma análise qualitativa dos conceitos abordados.

A intenção deste trabalho foi permitir o aprendizado dos tipos de equilíbrio (estável, instável e indiferente), condições de equilíbrio, equilíbrio estático e dinâmico.

Para isso trabalhamos assuntos que nos permitiram entender os conceitos chaves acima, sendo estes: fundamentação do conceito de inércia, equilíbrio de ponto material e corpos extensos, centro de massa, torque, binário.

Além disso, trabalhamos fazendo comparações entre algumas grandezas angulares com algumas grandezas lineares (Força vs Torque; Inércia vs momento de inércia; Momento linear vs Momento angular), discussão trazida por poucos livros didáticos de Ensino Médio, devendo ser uma das tendências futuras do mesmo.

## ***SUMÁRIO***

*Pág*

<b>Capítulo 1 - Introdução.....</b>	<b>1</b>
<b>Capítulo 2 - Metodologia.....</b>	<b>4</b>
<b>Capítulo 3 - Aulas Ministradas.....</b>	<b>7</b>
3.1 – Introdução.....	7
3.2- 1ª Aula.....	7
3.2.1 Chamando a atenção do aluno.....	8
3.2.2 Explicações ou hipóteses formuladas pelos alunos.....	9
3.2.3 Fundamentação do conceito de inércia: um pouco de história. ....	10
3.2.4 Tornando a aula mais interessante.....	15
3.2.5. Equilíbrio de ponto material, Definição de equilíbrio estático e dinâmico....	21
3.2.6 Chamando a atenção do aluno.....	21
3.2.7 Explicações ou hipóteses formuladas pelos alunos.....	23
3.2.8 Equilíbrio de ponto material, Definição de equilíbrio estático e dinâmico - fundamentação teórica.....	25
3.3.9. Polias.....	29
3.2.10 Tornando a aula mais interessante ..	32

3.3 - 2 <sup>a</sup> Aula.....	34
3.3.1 Introdução.....	34
3.3.2 Chamando a atenção do aluno .....	34
3.3.3 Explicações ou hipóteses formuladas pelos alunos.....	35
3.3.4 Conceito de corpo rígido, Centro de massa em um corpo rígido.....	36
3.3.5 Tornando a aula mais interessante.....	40
3.3.6 Condições de Equilíbrio num corpo rígido: Forças de apoio, ponto de suporte, conceituação de torque.....	43
3.3.7 Chamando a atenção do aluno.....	43
3.3.8 Explicações ou hipóteses formuladas pelos alunos.....	46
3.3.9 Condições de Equilíbrio num corpo rígido: Forças de apoio, ponto de suporte - fundamentação teórica.....	47
3.3.10 Conceituação de torque.....	50
3.3.11 – Binário.....	53
3.3.12 Condições de equilíbrio.....	55
3.3.13 Alavancas.....	60
3.3.14 Tornando a aula mais interessante.....	65

3. 4 - 3ª Aula.....	68
3.4.1 introdução.....	68
3.4.2 Comparação das grandezas angulares com as lineares – .....	68
3.4.3 Chamando a atenção do aluno.....	68
3.4.4 Explicações ou hipóteses formuladas pelos alunos. ....	69
3.4.5 Força vs Torque ; Inércia vs momento de inércia; Momento linear vs Momento angular - Fundamentação teórica... ..	70
3.4.6 Tornando a aula mais interessante.....	80
3.4.7. Tipos de Equilíbrio- .....	80
3.4.8. Chamando a atenção do aluno.....	81
3.4.9 Explicações ou hipóteses formuladas pelos alunos .....	82
3.4.10 Tipos de Equilíbrio- fundamentação teórica.....	82
3.4.11 Tornando a aula mais interessante.....	85
3.4.12 Equilíbrio dinâmico .....	85
3.4.13 Chamando a atenção do aluno.....	85
3.4.14 Respostas dos alunos.....	86

3.4.15 Equilíbrio dinâmico- Fundamentação Teórica.....	86
3.4.16 Tornando a aula mais interessante.....	87
<b>Capítulo 4 - Avaliação.....</b>	<b>90</b>
<b>Capítulo 5 - Conclusão.....</b>	<b>95</b>
<b>Capítulo 6 - Bibliografia.....</b>	<b>98</b>
<b>Anexo I - montagem de um dinamômetro.....</b>	<b>100</b>
<b>Anexo II - Molde do palhaço equilibrista.....</b>	<b>103</b>
<b>Anexo III - Montagem do experimento de velocidade constante.....</b>	<b>104</b>



## CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

Devido a vários problemas vivenciados no Ensino Médio, em especial no ensino de Física, no Brasil estão sendo realizadas várias políticas educacionais, tais como a LDB 9394/96, Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) que vêm em forma de novas propostas educacionais, visando melhorias na qualidade de ensino em nosso país

Podemos destacar da LDB, que nos dá uma definição legal, ou seja, estabelecem as diretrizes e bases a serem cumpridos os seguintes aspectos:

*A) O novo Ensino Médio deve ser etapa conclusiva da Educação Básica, cuja base nacional comum desenvolve competências e habilidades para a cidadania, para a continuidade do aprendizado e para o trabalho, sem pretender ser profissionalizante ou simplesmente preparatória para o Ensino Superior.*

*B) Os currículos devem ser organizados em três áreas, respectivamente: de Linguagem e Códigos, de Ciências Humanas, e de Ciências da Natureza e Matemática; cada área sendo também responsável pelas tecnologias a elas associadas.*

*C) A formação a ser desenvolvida em nível médio deve promover a compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática no ensino de cada disciplina, lado a lado com a preparação básica para o trabalho e a cidadania do educando como pessoa humana, incluindo a formação ética e o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico, enquanto as diretrizes acrescentam que o aprendizado das ciências deveria levar a compreendê-las como construções humanas, relacionando o conhecimento científico com a transformação da sociedade.*

[ MENEZES, 2000]

Podemos destacar dos Parâmetros Curriculares Nacionais, que não têm força legal, mas orienta o ensino das disciplinas e de sua articulação dentro de cada área, a seguinte característica:

*Tanto as linguagens específicas da Física, derivadas de modelagens do mundo macroscópico ou microscópico e instrumentais para certas representações abstratas de eventos e processos, como outras linguagens que esta ciência faz uso, a exemplo da matemática, como as expressões algébricas, os gráficos cartesianos; ou a exemplo dos elementos históricos, éticos e estéticos, indispensavelmente presentes na Física, mas cujo aprendizado nem sempre foi tomado como objetivo, se não como complemento cultural; umas e outras passam a ser partes dos objetivos formativos do aprendizado desta disciplina, não simples pré-requisitos que o professor deve esperar que o aluno tenha adquirido em outra disciplina ou em outra circunstância, ou seja, interessa sim que os alunos aprendam a Física, mas interessa também que juntamente, aprendam os instrumentos gerais que acompanham o aprendizado desta ciência.*

[ MENEZES,2000]

Atingir os objetivos de ter realmente um ensino que relacione teoria à prática, fazendo a ponte entre o conhecimento científico e as transformações da sociedade, de maneira que haja uma verdadeira aprendizagem de Física, requer do profissional de ensino um planejamento de aulas muito bem elaborado, onde se utilizem vários recursos didáticos, e no nosso caso, trabalhar muito bem a parte experimental utilizando a construção gráfica e extração de suas propriedades para que partindo da experiência possamos chegar à construção de modelos teóricos, e não se esquecendo de caracterizar o pensamento da

época em que foram desenvolvidas as teorias científicas e qual a sua importância em épocas passadas e atuais, com isso, não ficamos presos a aulas totalmente expositivas utilizando-se apenas o quadro de giz.

O assunto escolhido e desenvolvido em nosso trabalho é equilíbrio de ponto material e de corpos extensos, uma vez que existem muitas dificuldades em como ministrar uma aula sobre o assunto. Desta forma interessamo-nos em desenvolvê-lo utilizando a facilidade de se trabalhar com materiais de baixo custo, não sendo necessário a compra de kits caríssimos, isto é, materiais que se encontram apenas nos laboratórios das universidades.

Equilíbrio de pontos materiais e de corpos extensos é um dos assuntos mais difíceis de compreensão da teoria e de interpretação correta das equações envolvidas. Mediante a situação descrita acima, estamos propondo tratar equilíbrio de maneira bem conceitual utilizando brinquedos e experiências práticas do cotidiano em sala de aula, que permitam aos alunos: compreensão dos tipos de equilíbrio (estável, instável e indiferente), compreensão dos conceitos de centro de massa e de centro de gravidade, torque e outros. Uma vez compreendido esses conceitos, podemos então aprofundar e trabalhar com brinquedos e experiências que nos permitam utilizar as leis físicas (equações) que regem as condições de equilíbrio.

## 2- METODOLOGIA

Em virtude de algumas políticas educacionais estarem sendo postas em prática através da LDB 9394/96 e dos PCNs, da necessidade de termos um profissional de ensino bem formado e capaz de ministrar aulas que relacionem teoria à prática, fazendo a ponte entre o conhecimento científico e as transformações da sociedade, de maneira que haja uma verdadeira aprendizagem de Física e visando a melhor capacitação e formação do profissional do ensino (professor), de maneira a se cumprir às exigências da LDB e as determinações dos PCNs, fundamentamos a nossa proposta de trabalho de instrumentação de ensino, consistindo em acompanhar a evolução dos alunos de Ensino Médio, para um dado conteúdo de Física, em várias etapas, sendo estas:

- 1) Investigamos o conhecimento prévio dos alunos, propondo que estes estimassem o resultado final de algumas experiências didáticas que foram realizadas com os mesmos, onde foi descrita uma situação experimental e verificamos se estes eram capazes de prever o resultado final desta situação, justificando o que os levou a desfechar o experimento proposto pelos caminhos por eles escolhidos. Desta forma fomos capazes de obter informações que nos auxiliaram a descobrir a “bagagem trazida pelo aluno”, isto é, o que eles traziam consigo de informações científicas corretas e o que traziam de senso comum, de uma maneira natural e espontânea, encarando as perguntas feitas, durante a experiência, como “algo sadio e gostoso”. e também propondo a questão como uma forma de desafio.
- 2) Trabalhamos a partir das respostas dos alunos às perguntas feitas durante a proposta experimental, formando um esboço de todas as idéias expostas pelos mesmos referentes às situações experimentais descritas. Quando os alunos apresentaram equívocos conceituais, fizemos sempre que possível uma breve citação histórica. Tudo isso nos forneceu um leque de possibilidades de uma proposta de aula que visasse atender os objetivos dos PCNs, pois ao realizarmos tal esboço fomos capazes de determinar o perfil do alunado, e determinar os assuntos que requereriam nossa maior atenção (que precisariam de maior tempo disponível para realização de

experiências didáticas e maior tempo disponível para formação e reestruturação dos modelos teóricos relacionados ao assunto em questão) e para aqueles assuntos que de certa forma os alunos já conhecem, seja pelo senso comum ou por estarem fundamentados cientificamente, foi dedicado menos tempo e menos experiências.

- 3) Ministramos aulas de um dado conteúdo de maneira que utilizamos vários experimentos que capacitaram os alunos a relacionarem teoria à prática durante as aulas facilitando o aprendizado dos mesmos, trabalhamos com elementos históricos e elaboramos uma modelagem matemática do fenômeno ocorrente na natureza, e com isso estabelecemos a lei física através de uma equação matemática, sem perder de vista as aplicações exploradas no cotidiano.

Estas aulas foram ministradas com o intuito de: reforçar os pontos que haviam sido diagnosticado através do esboço na etapa 2, estimular a compreensão científica pelo aluno dos conteúdos em questão, corrigir as pré-concepções dos alunos baseadas no senso comum e possibilitar a formação de conceitos científicos até então inimagináveis pelos mesmos. Os pontos em que os alunos apresentaram um certo domínio da linguagem científica foram reforçados da seguinte maneira: esta parte da matéria foi trabalhada de modo formal, explorando o máximo possível a linguagem matemática, uma vez que os conceitos estavam bem compreendidos, para que os alunos despertassem cada vez mais a capacidade de entender e interpretar uma das principais linguagens da Física: as equações que relacionam as grandezas.

As pré-concepções dos alunos baseadas no senso comum foram corrigidas durante a aula, porém, não da maneira tradicional, onde é apenas apontado para o aluno o erro e imposto pelo professor o que é considerado certo para comunidade científica, mas através de situações presentes na vida prática do aluno, fazendo com que este se defrontasse com situações problemas.

Por fim ao esclarecer que certos conceitos não podem ser encarados com as noções do senso comum, mas com visão científica, foi trabalhada bem a parte teórica de maneira geral sobre o assunto, destacada a parte histórica, e enfatizada a parte matemática de tal forma que os alunos fossem capazes de dar soluções a problemas físicos teóricos e práticos.

- 4) Verificamos se houve ou não aprendizagem dos alunos propondo para estes uma atividade extraclasse. Propusemos que os alunos montassem algum experimento físico e dando a este a explicação aceitável cientificamente, desta vez envolvendo a parte principal da matéria lecionada, ou seja, foi a nossa avaliação final do conteúdo trabalhado
- 5) Todas as etapas acima foram realizadas durante 3 aulas ministradas em um pré-vestibular comunitário.

O nosso público alvo foram alunos do Ensino Médio de escolas públicas e particulares reunidos em um projeto social de pré-vestibular comunitário (que visa não só a aprovação dos alunos para o vestibular, mas prioriza a aprendizagem dos mesmos). Esse pré-vestibular localiza-se em Venda das Pedras, Itaborai.

## 3 – AULAS MINISTRADAS

### 3.1- INTRODUÇÃO

Nossas aulas foram compostas de quatro etapas: chamando a atenção do aluno através de experimento ou perguntas, explicações ou hipóteses formuladas pelos alunos, desenvolvimento da teoria que se deseja explicar (aula propriamente dita e ministrada pelo professor), tornando a aula mais interessante.

Chamando a atenção do aluno foi a etapa em que propusemos uma situação experimental ou uma pergunta relacionada ao cotidiano do aluno com o intuito de sondar os conhecimentos prévios do mesmo.

Explicações ou hipóteses formuladas pelos alunos foi a etapa onde coletamos os dados e analisamos os objetivos da etapa inicial

Desenvolvimento da teoria que se deseja explicar foi a etapa em que desenvolvemos a aula propriamente dita

Tornando a aula mais interessante foi a etapa onde propusemos novos experimentos com a intenção de verificar o que foi aprendido pelo aluno, tornando mais fácil a aprendizagem através da prática e explicação experimental.

### 3.2- 1ª AULA

Nossa primeira aula visou trabalhar alguns tópicos que nos permitiram lançar as bases do conceito de equilíbrio de maneira geral, sendo os mesmos dispostos na seguinte ordem:

- Fundamentação do conceito de inércia
- Equilíbrio de ponto material, Definição de equilíbrio estático e dinâmico.
- Conceito de corpo rígido, Centro de massa em um corpo rígido.
- Condições de Equilíbrio num corpo rígido: Forças de apoio, Ponto de suporte, Conceituação de torque.

Os objetivos desta aula foram: permitir que os alunos fossem capazes de compreender e analisar no cotidiano a tendência natural de movimento (inércia) relacionando esta à ausência de forças, interpretar o conceito de inércia durante a freada de um ônibus, montar e explicar experimentos que lidam com equilíbrio estático desenvolvendo com isso habilidades manuais de montagem, determinar o centro de massa de um corpo rígido e qual a sua importância no dia-dia. Além disso, a aula ofereceu aos alunos condições de compreender a importância destes conceitos para a utilização de algumas ferramentas de trabalho como carrinho de mão, construção de apartamentos, casas e edifícios em geral, além de conhecer também o próprio corpo e conhecer o que as ginastas são capazes de fazer com seu próprio corpo, utilizando as Leis da Física.

### 3.2.1 Chamando a atenção do aluno

Foi proposta aos alunos a seguinte situação experimental:



**Situação 1**



**Situação 2**

*Figura 1 - Coloca-se uma folha de papel sobre um tubo e uma pilha sobre a folha de papel. Na situação 1, puxamos lentamente o papel e na situação 2, o papel é retirado rapidamente [RAMALHO, 1999]*



Para facilitar as explicações dos alunos, foram feitas duas perguntas sobre a experiência realizada

- 1) O que acontece quando puxamos o papel rapidamente e quando puxamos lentamente?
- 2) Tente explicar porque houve diferença ao puxar rápido e ao puxar lento o papel

O objetivo da pergunta 1 foi fazer com que houvesse observação do fato experimental, e da pergunta 2 verificar a capacidade de interpretar o que observaram.

### 3.2.2 Explicações ou hipóteses formuladas pelos alunos

Resposta 1: -“ Quando puxamos rapidamente o papel a moeda cai no copo, enquanto que quando puxamos lentamente o papel a moeda continua no mesmo.” (obs: Só houve essa resposta, o que demonstra a capacidade de observação correta do fenômeno físico observado).

Resposta 2:

- Muitos alunos associaram a experiência da moeda à presença de uma força que manteria ou não a moeda presa ao papel quando puxamos lentamente ou quando damos um puxão.
- Muitos alunos associaram o fato de a moeda permanecer no papel a um movimento quase imperceptível do mesmo, que é puxado tão lentamente que faz com que a moeda permaneça quase que em repouso, enquanto que o movimento brusco de puxão não consegue manter a moeda no papel, pois esta quer permanecer no seu lugar e não acompanha o movimento do papel, portanto cai no copo.

### 3.2.3 Fundamentação do conceito de inércia: um pouco de história

O conceito de inércia é indispensável para se lançar às bases necessárias para um bom estudo de equilíbrio de corpos, porém é um assunto onde os alunos apresentaram muitas falhas conceituais

Com base neste quadro prévio diagnosticado, obtido através das respostas dadas pelos alunos sobre inércia de um corpo, chegamos à conclusão de que um dos caminhos para se tirar às idéias baseadas no senso comum seria fazendo uma menção histórica no qual pudessem verificar onde se encaixam seus pensamentos (em que época) e quais os equívocos destes. Começamos por Aristóteles, depois falamos de Galileu e finalmente Newton, e com isso fundamentamos bem o conceito de inércia.

#### **Aristóteles**

O propósito de Aristóteles era sistematizar o conhecimento existente, exatamente como Euclides sistematizara a geometria. Aristóteles realizou observações críticas, coletou espécimes, reuniu, resumiu e classificou quase todo conhecimento existente do mundo físico. Sua abordagem sistemática tornou-se o método do qual mais tarde a ciência ocidental surgiu.

Quando falamos de suas obras relacionadas ao conceito de movimento, alguns alunos perceberam que seus pensamentos se encaixam perfeitamente nas concepções de Aristóteles e ao invés de se retraírem por ter um pensamento equivalente a uma época passada conseguiram ver nas proezas realizadas por Aristóteles um incentivo e darem sequência ao estudo proposto.

*“Vejam os agora as explicações de Aristóteles para os tipos de movimentos existentes na natureza de acordo com suas concepções: movimento natural e movimento violento.*

*O movimento natural decorre da “natureza” de um objeto, dependendo de qual combinação dos quatro elementos, terra, água, ar e fogo, ele fosse feito. Para ele, cada objeto no universo tem seu lugar apropriado, determinado pela sua “natureza”; qualquer objeto que não esteja em seu lugar apropriado se “esforçará” para alcançá-lo. Podemos esclarecer esta frase com os seguintes exemplos: por ser de terra, um pedaço de barro não devidamente apoiado cai no chão; por ser de ar, uma baforada de uma fumaça apropriadamente sobe; sendo uma mistura de terra e ar, mas predominantemente terra, uma pena apropriadamente cai ao chão, mas não tão rápido quanto o pedaço de barro.*

*Em síntese o movimento natural poderia ser diretamente para cima ou para baixo, no caso de todas as coisas na Terra, ou poderia ser circular, no caso dos objetos celestes.*

*O movimento violento resultava de forças que puxavam ou empurravam. O movimento violento era o movimento imposto. O fato essencial para o movimento violento é que ele tinha uma causa externa e era comunicado aos objetos; eles se moviam não por si mesmos, nem por sua “natureza”, mas por causa de empurrões e puxões.*

*Podemos observar que este conceito enfrenta algumas dificuldades, como por exemplo, um jogador de futebol chuta uma bola e esta rola no gramado, depois que o pé não está mais em*

*contato com a bola o que faria o papel de “puxões ou empurrões” para manter o movimento da bola até que ela pare?*

*Vamos responder esta pergunta do ponto de vista de Aristóteles: para este o ar expulso do caminho da bola em movimento originava um efeito de compressão sobre a parte traseira da bola, quando o ar investisse para trás, a fim de evitar formar-se vácuo (ausência de um meio material). A bola era propelida pelo ar assim como um sabonete é propelido na banheira quando se aperta uma de suas extremidades.*

*Percebe-se claramente que para Aristóteles o movimento ocorria devido à “natureza do objeto” ou de maneira que existisse um agente externo que através da aplicação de uma força pelo mesmo manteria o objeto em questão em movimento violento, ou seja, para Aristóteles o estado normal dos corpos não celestes é o de repouso.*

*O movimento para Aristóteles sempre envolve um meio resistivo, tal como água, ar. Ele acreditava ser impossível a existência de um vácuo, portanto, não considerou seriamente o movimento na ausência de qualquer meio interagente. Por isso para Aristóteles para manter um objeto em movimento era necessária a ação de uma força”.*

[ HEWITT, 2002 ]

Com certeza os alunos que acreditavam só haver movimento na presença de uma força se identificaram com as explicações de Aristóteles, porém estes puderam ver através de Galileu e Newton, quais as falhas da teoria aristotélica.

## Galileu

Galileu não demorou muito para chegar à conclusão que suas ideias sobre o movimento estavam em desacordo com a teoria de Aristóteles, vejamos uma das afirmativas de Galileu, que nos é de suma importância para a formulação correta do conceito de inércia:

*“Se não houver interferência (meio dissipativo) sobre um objeto móvel, este deveria mover-se em linha reta para sempre: nenhum empurrão, ou puxão, ou qualquer tipo de força era necessário para isso.*

*Não parece nada óbvio, o que propõe Galileu, pois na natureza praticamente só conseguimos perceber movimento na presença de meio resistivos, como ar, água, como observar o proposto por Galileu e ver ocorrer na prática essa proposição?*

*Podemos desde já frisar uma diferença entre Aristóteles e Galileu, enquanto o primeiro buscou sistematizar todo conhecimento existente (do que podia ser observado na natureza) através de teorias que funcionam como argumentos filosóficos para a explicação de tudo observado, o segundo procurou desenvolver um método que lhe permitisse testar suas proposições iniciais (hipóteses) e verificar se eram ou não verdadeiras e em que situações se aplicavam, através de diversas experiências.*

*Com a experiência do plano inclinado, onde Galileu colocou bolas para rolar sobre o plano inclinado e notou que bolas que rolavam para baixo no plano inclinado tornavam-se mais velozes, enquanto que bolas que rolavam para cima, tornavam-se menos velozes. Disto ele concluiu que bolas que rolassem sobre um plano*

*horizontal não deveriam tornar-se mais ou menos velozes. A bola atingiria finalmente o repouso não por causa da sua “natureza”, mas por causa do atrito. Esta idéia foi sustentada por Galileu sobre o movimento ao longo de superfícies progressivamente mais lisas; quanto menos atrito, o movimento dos objetos persistia por mais tempo e mais próximo de uma constante se tornava à rapidez do movimento. Ele raciocinou que, na ausência de atrito ou de forças oppositoras, um objeto movendo-se na horizontal continuaria movendo-se indefinidamente.*

*Essa afirmativa era sustentada por um experimento diferente e outra linha de raciocínio. Galileu colocou dois de seus planos inclinados, um de frente para o outro. Ele observou que uma bola liberada do topo de um plano inclinado, a partir do repouso, rolava para baixo e então subia a outro plano inclinado até quase alcançar a sua altura inicial. Raciocinou que apenas o atrito a impedia de subir até exatamente a mesma altura, pois quanto mais liso era o plano mais próximo daquela altura inicial chegava à bola. Ele então reduziu o ângulo de inclinação do plano de subida. Novamente a bola alcançava a mesma altura, mas teve que ir mais longe. Outras reduções no valor do ângulo deram resultados similares: para alcançar a mesma altura, cada vez a bola tinha que ir mais longe. Ele propôs a questão: “Se eu disponho de um plano horizontal, quão longe deve ir a bola para alcançar a mesma altura?” A resposta óbvia é “para sempre - ela jamais alcançará sua altura inicial”.*

*A propriedade de um corpo tender a manter-se em movimento em linha reta foi chamada por ele de inércia.”*

[ HEWITT, 2002 ]

## Newton

A idéia de Aristóteles de que um objeto móvel deve estar sendo propelido por uma força constante foi completamente virada do avesso por Galileu, ao estabelecer que na ausência de uma força um objeto móvel deverá continuar se movendo. A tendência das coisas de resistirem a mudanças no seu movimento foi o que Galileu chamou de inércia. Newton refinou a idéia de Galileu e formulou sua primeira lei, chamada lei da inércia:

*“Todo objeto permanece em seu estado de repouso ou de movimento uniforme numa linha reta, a menos que seja obrigado a mudar aquele estado por forças imprimidas sobre ele”.*

*A palavra-chave nesta lei é permanece: um objeto permanece fazendo seja o que for, a menos que uma força seja exercida sobre ele. Isto pode ser ilustrado quando uma toalha de mesa é habilidosamente puxada de súbito por baixo dos pratos sobre uma mesa, deixando tais pratos em seus estados iniciais de repouso.*

*Percebemos com isso que inércia é a propriedade que os corpos têm de manter seu estado de movimento, ou seja, a tendência natural de um corpo manter-se em movimento se já o estiver, ou em repouso se também já o estiver.*

[ HEWITT, 2002 ]

### 3.2.4 Tornando a aula mais interessante

Muitos alunos perceberam o conceito correto de inércia, e se convenceram que suas idéias estavam corretas, ou seus pensamentos eram parecidos com os de Aristóteles, porém hoje é muito difícil prender a atenção dos jovens e muitos ainda continuavam achando que o que foi dito é um monte de conceitos que servem para serem decorados e não

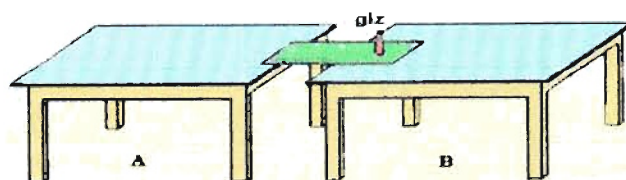
conseguiram perceber a utilização prática cotidiana do conceito de inércia, então para solucionarmos isto e não fugirmos ao nosso objetivo inicial de propor uma aula mais dinâmica e menos tradicional. fizemos uma série de experimentos que tratam de inércia.

A série de experimentos a seguir, com material bem simples, evidencia a propriedade da **inércia** inerente a todos os corpos. Todo corpo, atendendo à primeira lei de Newton ou Princípio da Inércia, em linguagem bem popular, diz **"deixe-me estar como estou"**; se estou em repouso quero continuar em repouso e, se estou em movimento, quero continuar com a velocidade que estou. Qualquer tentativa de retirar-me do estado atual (repouso ou movimento) encontrará séria oposição. Cientificamente a primeira lei diz. **"Todo corpo isento da ação de forças externas ou sujeito a um sistema de forças de resultante nula, estará em repouso ou estará executando movimento retilíneo e uniforme"**.

A maior parte dos experimentos abaixo podem ser compreendidos da seguinte forma: um corpo com mais massa tem mais inércia, mais inércia quer dizer mais resistência à mudança de seu estado de movimento. Quando temos um objeto sobre uma superfície existe um tempo mínimo de contato necessário para que o atrito possa atuar. Se houver este tempo e movemos a superfície, o objeto é arrastado junto. Se por outro lado, o tempo de contato é pequeno, e a força que empregamos para deslocar a superfície é muito grande, maior que o atrito estático máximo, por inércia, o objeto tenderá a permanecer na posição que estava, como nos exemplos abaixo da garrafa, peças de dama e etc. Outro exemplo, da explicação da Lei da Inércia é quando tentamos quebrar um objeto. Se o golpe for rápido, as extremidades não são afetadas e este se parte antes transmitir o golpe para o restante do sistema devido à inércia Como o exemplo do giz, martelo e etc



### *Experiência 1: Inércia*



*Figura 2 - Experimento sobre inércia [www.feira de ciencias, julho 2004]*

Utilizando uma folha de papel ofício, uma régua, um bastão de giz e duas mesas da mesma altura, procedemos da seguinte maneira:

- Colocamos a folha de papel sobre as mesas e o giz encima da folha, como indica a figura 2.
- Seguramos a folha firmemente, com a mão, na parte do papel que está na mesa A, e, com a régua ou ripa, demos uma pancada firme na parte da folha que fica entre a mão e a mesa B
- Este golpe é tão rápido que as extremidades não são afetadas, ou seja, não transmissão de movimento para o restante do sistema, devido à inércia e com isso o giz continuou em seu estado de repouso sobre a mesa B.
- Fizemos os alunos relacionarem este fato com o que acontece com os passageiros quando um ônibus freia, arranca bruscamente, ou entra numa curva bastante fechada da estrada, e com isso compreender melhor o conceito de inércia.

### *Experiência 2: Como funciona o cinto de segurança*

Como na experiência 1 os alunos puderam associar que os passageiros de um ônibus continuam com a mesma velocidade do veículo quando ele pára bruscamente, pedimos que estes por um instante imaginasse um acidente em que o motorista sem cinto de segurança

em alta velocidade colide com uma árvore. Pedimos também que imaginassem o mesmo acidente com um motorista agora com o cinto, e perguntamos quem tem mais chance de sair vivo. Os alunos responderam que o motorista com cinto. Então perguntamos se estes sabiam o mecanismo de funcionamento do cinto de segurança, como não sabiam, explicamos como funciona o mesmo.

O cinto de segurança conta com um mecanismo que o trava, prendendo os ocupantes do veículo, quando há uma freada brusca ou uma colisão. Observe a figura abaixo:

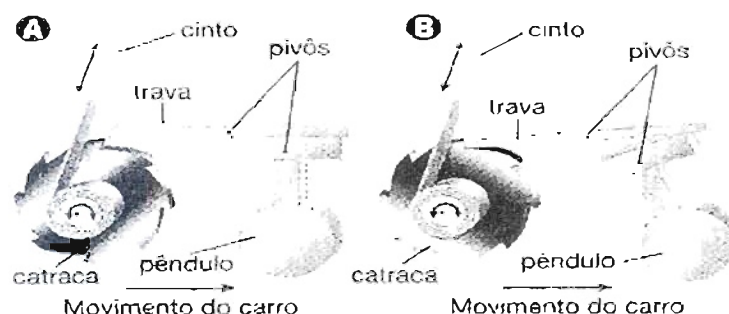


Figura 3 - Mecanismo de funcionamento do cinto de segurança. [CRUZ, 2001].

*O mecanismo do cinto de segurança consiste de uma catraca, uma trava e um pêndulo. O cinto fica enrolado numa bobina montada na catraca. Quando o carro está parado ou movimentando-se numa velocidade constante, o pêndulo fica apertado e a trava repousa horizontalmente. Dessa forma, nada impede a catraca de girar e o cinto pode ser puxado com facilidade (figura 3 A). Mas, quando o veículo diminui bruscamente sua velocidade, a parte inferior do pêndulo vai para frente por causa de sua inércia. O pêndulo, que oscila no pivô mostrado nas figuras, levanta a trava, que, por sua vez, bloqueia a rotação da catraca, evitando que o cinto se desenrole. (figura 3 B). [CRUZ, 2001]*

### Experiência 3: Garrafa 'fixa'

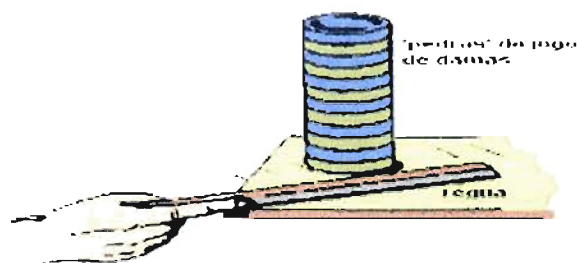


*Figura 4 - Um puxão brusco no papel retira-o de sob a garrafa com água, sem que essa se desloque. Em geral, o receio de quebrar a garrafa faz com que o puxão não seja tão brusco como o sistema solicita.*  
[www.feiradeciencias.com.br, julho 2004]

Ao aplicar uma força sobre o papel puxando-o, esta faz com que o papel entre em movimento. Não tendo tempo deste movimento ser transmitido à garrafa, devido à inércia, a garrafa mantém o estado de equilíbrio (repouso), enquanto que o papel é retirado da garrafa.

A força de atrito entre a garrafa e o papel é um fator importante a ser considerado, de maneira que existe um tempo mínimo de contato entre o papel puxado e a garrafa. Se este tempo for longo, devido à presença do atrito entre o papel e a garrafa, ocorrerá movimentação da garrafa e esta cai no chão e quebra.

#### *Experiência 4: As moedas 'coladas'*



*Figura 5 - Sobre uma mesa, faça uma bela pilha com peças de jogar damas. Com o bordo largo de uma régua (largura não superior à espessura da 'pedra'), dê um golpe seco na peça inferior. Esta será expulsa da pilha sem que as demais sequer oscilem. Experimente também com moedas. [www.feiradeciencias.com.br, julho 2004]*

Neste caso a força foi impressa na peça de dama de baixo, ou seja, a régua lançada de encontro à pilha de peças transferiu o seu movimento para a peça de baixo da pilha. Não tendo tempo deste movimento ser transmitido para as outras peças da pilha, devido à inércia, elas mantêm o mesmo estado de equilíbrio, enquanto que a de baixo é lançada para fora. Pode ter passado despercebido até aqui a palavra tempo, mas observando este experimento com mais cuidado, a força de atrito entre a régua e a peça é um fator importante para ser levado em consideração. Existe um tempo mínimo de contato entre a régua lançada de encontro à pilha e a peça lançada da pilha pelo impacto. Se este tempo for longo, devido à presença do atrito entre a régua e a peça, todas as peças poderão se movimentar e, conseqüentemente, o desmanche da pilha poderá ocorrer.

#### *Experiência 5 : Experiência do martelo*

Pedimos a um aluno para martelar um prego num pedaço de madeira no topo de uma pilha de livros sobre sua cabeça. Será que o aluno se machucou?



*Figura 6 – martelando um prego em um toco em cima de uma pilha de livros sobre a cabeça.[ HEWITT, 2002 ].*

Não. A massa relativamente grande dos livros e do bloco sobre a cabeça do aluno resiste a ser movimentada. A mesma força que é bem sucedida em cravar o prego não terá sucesso em acelerar a massiva pilha de livros e o bloco, os quais não se movimentarão muito quando o prego for martelado. [ HEWITT, 2002 ].

### 3.2.5. Equilíbrio de ponto material, Definição de equilíbrio estático e dinâmico

Tratamos nesta seção do conceito de ponto material e vamos iniciar um breve estudo de equilíbrio, definindo o que é equilíbrio estático e equilíbrio dinâmico. Antes de iniciarmos este estudo, porém é bom que tenha sido trabalhado com os alunos o conceito de força enquanto grandeza vetorial, as forças existentes na natureza e sua representação vetorial (peso, apoio, atrito, tração, força elástica e outros).

### 3.2.6 Chamando a atenção do aluno

#### **Material**

Três dinamômetros.

Uma folha de papel ofício;

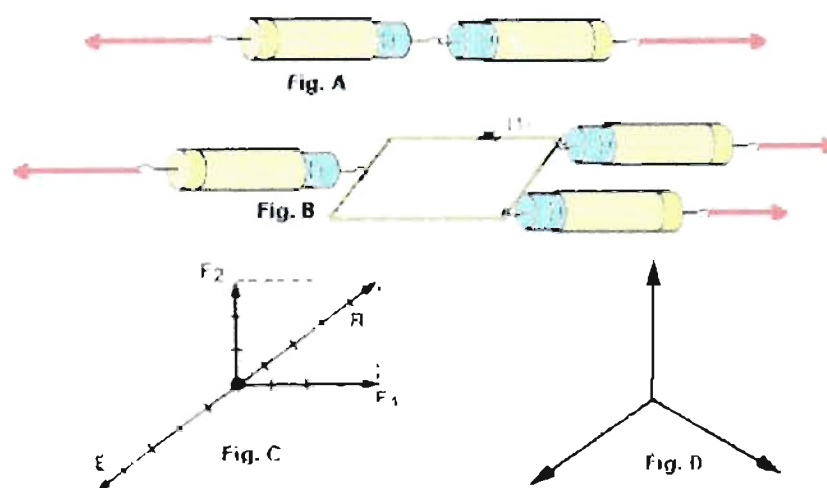
Arame de 16cm e  $\varnothing$  3 mm,

## Alicate de ponta

OBS: Como é possível apresentar dificuldades na compra de dinamômetros, estaremos mostrando como se monta um detalhadamente no **anexo I**.

## Montagem

Construa um retângulo de arame (2,5cm x 5cm), com ajuda do alicate, torça as extremidades fechando o retângulo. Figura 7 (b)



**Figura 7 – 7a-** Fizemos dois alunos puxarem, em sentidos contrários, dois dinamômetros engatados pelos ganchos (figura A) . [www.ferradeencias.com.br, julho 2004] - **7b-** A experiência foi feita com a participação de três alunos. Engatando três dinamômetros no retângulo de arame, fizemos os alunos puxarem dois dinamômetros do lado direito e um em sentido contrário, ou seja, do lado esquerdo. **7c -** Marcamos um ponto, numa folha de papel, e desenhamos dois vetores perpendiculares, como indica a figura C, um de 3cm e o outro de 4cm. Completamos o paralelogramo e traçamos a diagonal. Três alunos se colocaram com os dinamômetros engatados numa argola nas direções dos vetores e na direção do vetor  $E$ , desenhado no papel. Nos dinamômetros que se encontravam sobre os vetores  $F_1$  e  $F_2$ , os alunos fizeram uma força de três e quatro unidades, respectivamente.

- 1) Perguntamos aos alunos, o que puderam observar com relação a deformação da mola, quando puxaram os dinamômetros em sentidos opostos, ou seja o que acontece com a leitura do mesmo (experimento da figura 7a)?
- 2) Perguntamos aos alunos, o que puderam observar da leitura do dinamômetro do lado esquerdo e da leitura dos dinamômetros do lado direito (experimento da figuras 7b)?
- 3) Perguntamos aos alunos antes de medirem, qual o resultado do terceiro dinamômetro, para que a argola ficasse em equilíbrio na interseção dos vetores? Depois se pediu aos alunos para medir e verificar seus resultados (experimento da figura 7c).
- 4) No geral, nas 3 experiências acima, perguntamos aos alunos o que puderam observar em comum e qual a conclusão que poderiam tirar da observação?

### **Objetivos:**

Queríamos verificar se os alunos eram capazes de determinar experimentalmente a soma de forças (vetores), isto é, a resultante de várias forças.

O objetivo das 3 primeiras perguntas foi verificar se os alunos observariam que a soma de todos os vetores numa dada direção e sentido é igual a soma de todos os vetores na mesma direção e sentidos opostos nos experimentos citados, ou ainda que a resultante de forças é nula.

O objetivo da quarta pergunta foi verificar, se uma vez chegado à conclusão de que nos 3 experimentos acima, a resultante de forças é nula, o aluno seria ou não capaz de associar o observado ao fato de ocorrer nas 3 situações, equilíbrio, e ainda que tipo de equilíbrio seria.

### 3.2.7 Explicações ou hipóteses formuladas pelos alunos

Resposta 1:

- Alguns responderam que tinham o mesmo valor.

- Outros responderam que: “eu puxo 2 unidades para direita, então, o meu colega puxa 2 unidades para esquerda.”

Resposta 2:

-Alguns responderam: “se eu puxar duas unidades e o meu colega ao lado puxar 1 unidade, então o colega do lado oposto tem que puxar 3 unidades ”

-Outros responderam: “a soma das unidades da direita é igual à leitura da esquerda”.

Resposta 3.

-Alguns responderam: “5 unidades ”

-Outros responderam: “5 unidades e concluíram que o módulo da soma vetorial de  $F_1$  com  $F_2$  daria 5 unidades e que para que ficasse parado E deveria ter módulo 5, pois E é vetor oposto a R”.

Resposta 4:

-Alguns responderam que força é uma grandeza vetorial, e, portanto a soma de todos os vetores numa dada direção e sentido é igual à soma de todos os vetores na mesma direção e sentidos opostos nos experimentos citados.

-Outros responderam que força é uma grandeza vetorial, e, portanto a soma de todos os vetores numa dada direção e sentido é igual à soma de todos os vetores na mesma direção e sentidos opostos nos experimentos citados, e ressaltaram que em todos os experimentos temos equilíbrio, como se fosse um cabo de guerra.



### 3.2.8 Equilíbrio de ponto material, Definição de equilíbrio estático e dinâmico - fundamentação teórica

*O estudo das condições de equilíbrio de um corpo é certamente um dos mais antigos da física. Habitações, pontes, templos e embarcações são estruturas que necessitam estar equilibradas. O conhecimento dos povos antigos em relação às condições de equilíbrio pode ser percebido pelas muitas construções que resistiram ao tempo até hoje.*

*Nas construções, em particular, é marcante a presença de máquinas como instrumentos auxiliares do homem na realização de várias tarefas, como por exemplo, no nosso dia-dia: elevadores, alicates, chaves de fenda, roldanas, e muitas outras, a essas máquinas chamamos de máquinas simples. [ CARRON, 2004 a ]*

Na física é comum considerar um corpo como um ponto material, isto é, uma partícula. Assim, em certos casos o estudo do comportamento de um corpo quando submetido a um sistema de forças fica mais fácil.

Um ponto material pode possuir apenas o movimento de translação. O ponto material pode estar em repouso ou em movimento retilíneo uniforme. Dizer que um ponto está em repouso ou em movimento retilíneo uniforme é dizer que a força resultante que atua nele é nula (isso ficou de certa forma claro nas experiências do início desse tópico, onde os alunos concluíram que as forças que atuavam para direita eram iguais às forças que atuavam para esquerda, nos experimentos apresentados que visavam trabalhar a capacidade prévia dos alunos). A esses dois estados (repouso e movimento retilíneo uniforme) chamaremos de estados de **equilíbrio mecânico**. O equilíbrio mecânico é subdividido em equilíbrio estático e equilíbrio dinâmico. Assim se o corpo estiver em repouso, diremos que está em **equilíbrio estático** (um livro apoiado em uma mesa), e se estiver em movimento retilíneo uniforme, diremos que está em **equilíbrio dinâmico** (um automóvel em uma estrada com velocidade constante).

O exemplo citado pelos alunos, durante a apreciação prévia dos conteúdos dos mesmos, (cabo de guerra, brincadeira em que duas equipes exercem iguais trações em extremos opostos de uma corda.) é de forma fantástica muito importante para explorarmos a ideia de que um corpo que possui apenas movimento de translação pode ser considerado como um ponto material, ou uma partícula, o que nos facilita muito, pois partícula (algo com dimensões praticamente desprezível) é um modelo teórico, e na natureza, sabemos que a maioria dos corpos tem dimensões não desprezíveis, porém o tratamento dado a esses corpos é semelhante ao dado a uma partícula e assim podemos citar exemplos da natureza de equilíbrio de ponto material sem a preocupação de erros conceituais.

**Em se tratando de ponto material, a condição necessária e suficiente para a situação de equilíbrio (estático ou dinâmico) é que seja nula a resultante de todas as forças que agem sobre o ponto material.**

Portanto podemos escrever a seguinte equação:

**Obs: os negritos nas equações durante todo o nosso trabalho significam vetores.**

**Equação 1:**

$$\mathbf{F_R=0}$$

Obs: Os alunos a essa altura já trabalharam operações com vetores em cinemática, por isso não falamos nos métodos de soma vetorial, até porque os alunos demonstraram conhecer o assunto na etapa anterior.

A equação acima nos mostra a situação geral, porém, ao considerarmos um ponto material sob a ação de um sistema de forças coplanares, podemos decompor essas forças num sistema cartesiano situado no plano das forças, decorrendo dessa decomposição que a resultante das projeções nos eixos x e y são nulas, ou seja, podemos reescrever a equação 1 como sendo:

Equação 2:

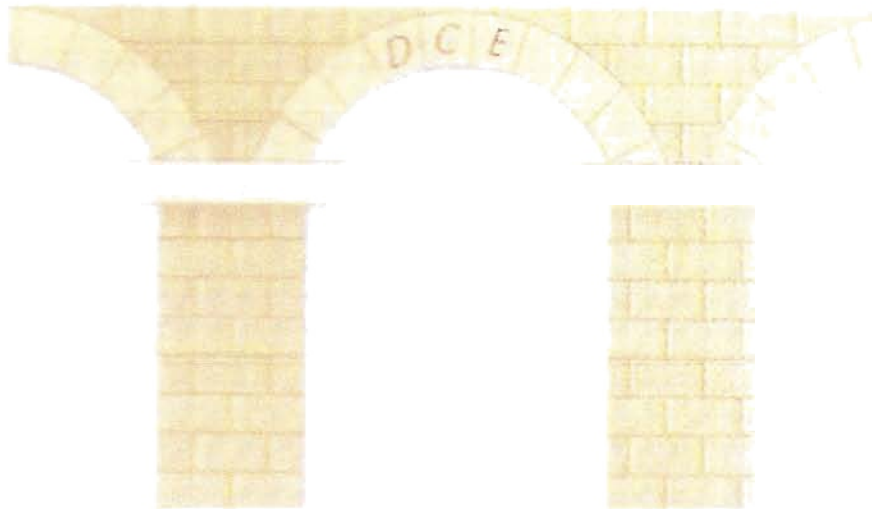
$$F_R = 0, \quad F_{Rx} = 0, \text{ ou } F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_n = 0$$

$$F_{Ry} = 0, \text{ ou } F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_n = 0$$

[RAMALHO, 1999 ]

Depois de falarmos da condição necessária e suficiente para equilíbrio de ponto material, propusemos alguns problemas aos alunos para que estes exercitassem o que foi discutido, veja o problema abaixo que mostra a importância de equilíbrio de corpos no caso arquitetônico desde as civilizações antigas romanas.

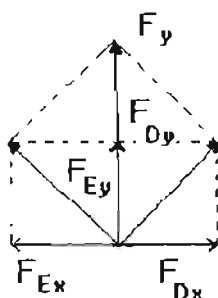
*Os antigos romanos foram os primeiros a usar extensivamente o arco arquitetônico em suas construções. A propriedade mais notável do arco é que as pedras que o compõe permanecem em equilíbrio devido à somente forças mútuas de contato, sem necessidade de argamassas para cimentá-las umas as outras. Considere que o arco representado na figura abaixo está em equilíbrio e que cada uma de suas pedras pesa 150N. Determine a direção e o sentido das forças D e E exercem sobre a pedra central C e calcule seu módulo.*



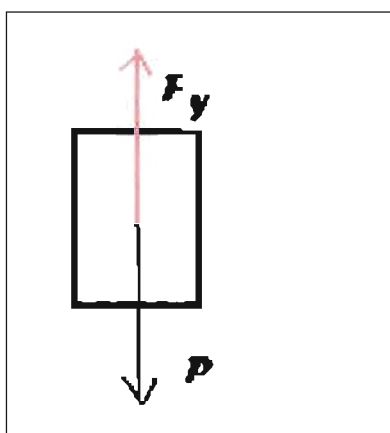
[RAMALHO, 1999. ]

Solução:

Podemos representar as forças de contato de D e E sobre o corpo C na figura abaixo:



Onde  $F_D$  é a força produzida pela pedra D em C e  $F_E$  é a força produzida pela pedra E em C. Observamos pela figura  $F_y = F_{Ey} + F_{Dy}$ , e  $F_x = F_{Ex} + F_{Dx} = 0$ , logo  $F_y$  é a resultante das forças de contato D e E, já que  $F_x = 0$ . Analisando todas as forças que atuam sobre a pedra central C temos:



O peso para baixo com módulo 150N e a força de contato  $F_y$  produzida pelos dois blocos D e E. Aplicando a condição de equilíbrio de um ponto material (lembrando que podemos considerar as pedras como tal, pois as mesmas não apresentam movimento de rotação), temos:

$$F_R = 0,$$

Efetuada as projeções passamos a:

$$F_y - P = 0, \text{ logo } F_y = P = 150\text{N}, \text{ com direção vertical e sentido para cima.}$$

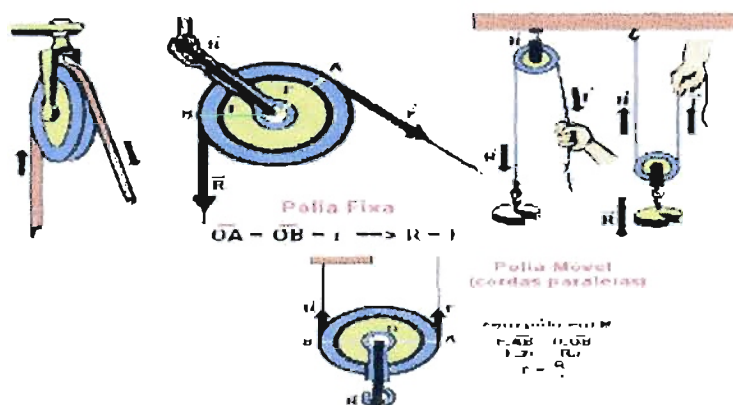
Vamos chamar a atenção para uma máquina simples que trabalha com equilíbrio de ponto material, as **polias**.

### 3.2.9 Polia ou roldana

Polias são formadas por um disco que pode girar em torno de um eixo que passa por seu centro. Além disso, na periferia desse disco existe um sulco, denominado gola, no qual passa uma corda contornando-o parcialmente

As polias, quanto ao modo de operação, classificam-se em fixas e móveis. Nas fixas, os mancais de seus eixos permanecem em repouso em relação ao suporte onde foram fixados. Nas móveis, tais mancais se movimentam juntamente com a carga que está sendo deslocada pela máquina. Eis algumas ilustrações.

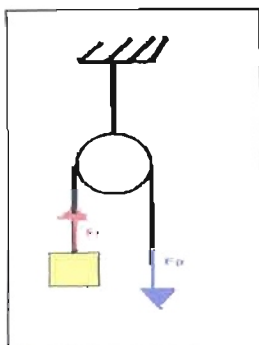
Figura 8- Na roldana fixa, numa das extremidades da corda aplica-se a força motriz  $F$  (aplicada, potente) e na outra, a resistência  $R$  [ peso a ser levantado]. Na móvel, uma das extremidades



da corda é presa a um suporte fixo e na outra se aplica a força motriz  $F$  --- a resistência  $R$  é aplicada no eixo da polia. [www.feiradeciencias.com.br, agosto 2004]

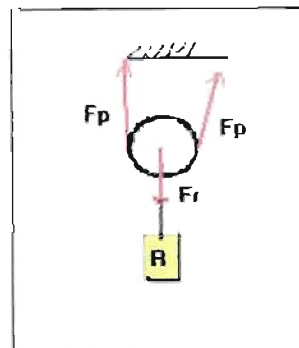
Na polia fixa, sua função como máquina simples é apenas a de inverter o sentido da força aplicada, isto é, aplicamos uma força de cima para baixo numa das extremidades da corda e a polia transmite à carga, para levá-la, uma força de baixo para cima. Isso é vantajoso, porque podemos aproveitar o nosso próprio peso ou um contrapeso para cumprir a tarefa de levantar um corpo.

Observe as figuras abaixo:



← Figura 9 - Polia fixa

Figura 10 - Polia Móvel →



Aplicando a condição de equilíbrio de ponto material na polia fixa chegamos a:  $F_p = F_R$

e, aplicando a condição de equilíbrio de ponto material na polia móvel temos:  $F_R = 2 F_p$

**Associações de polias:**

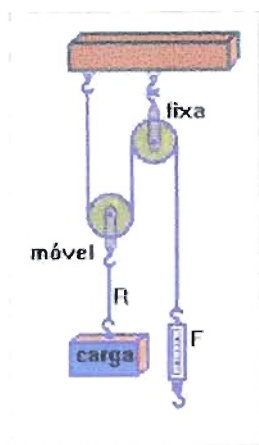


Figura 11 - A polia móvel raramente é utilizada sozinha dado o inconveniente de ter que 'puxar' o ramo de corda da potência 'para cima'. Normalmente vem combinada com uma polia fixa, conforme ilustrado. [www.feiradeciencias.com.br, agosto 2004]

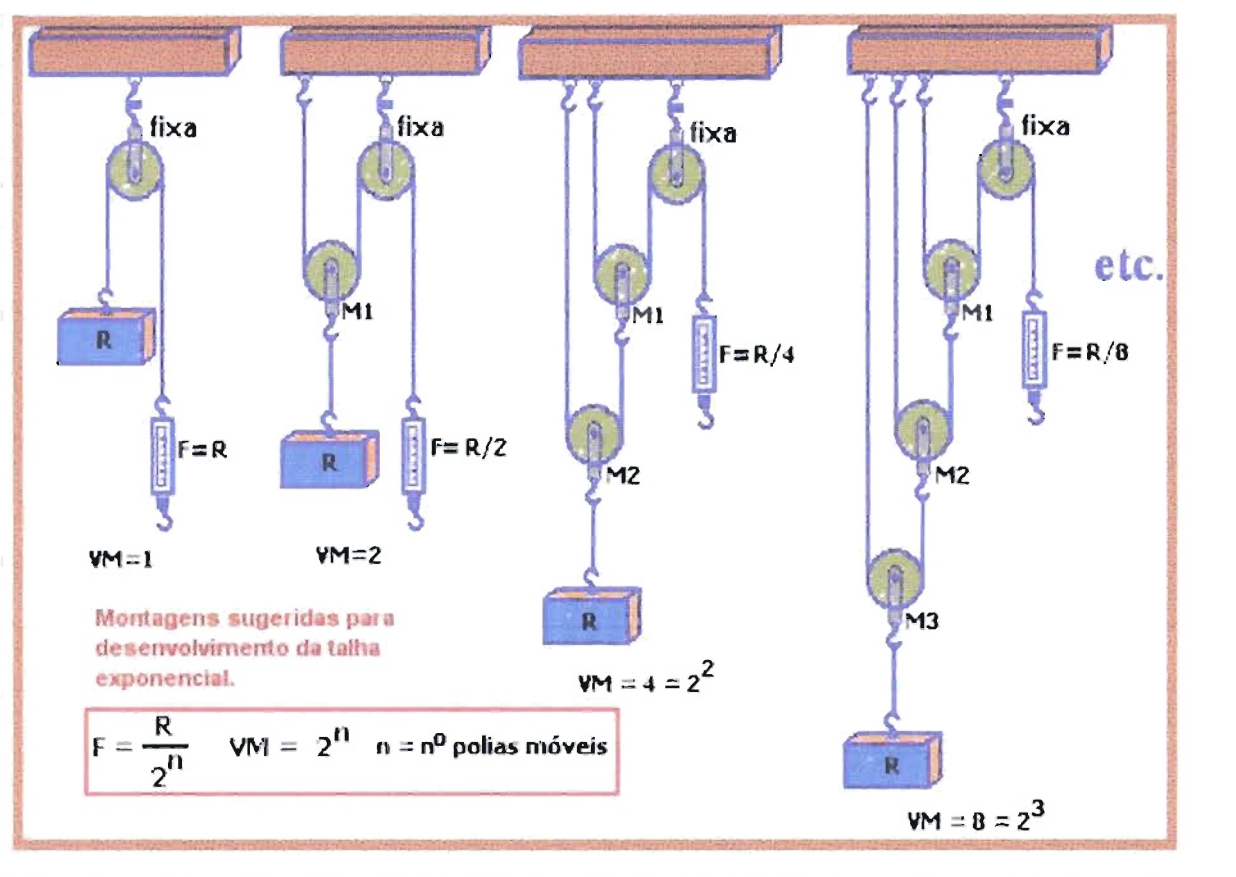
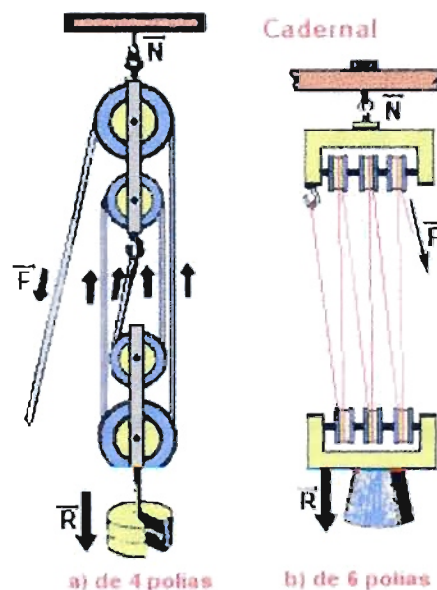


Figura 12 - Talha Exponencial: O acréscimo sucessivo de polias móveis, como indicamos na sequência acima, leva-nos à montagem de uma talha exponencial. [www.feiradeciencias.com.br, agosto 2004]

Na talha exponencial com uma polia fixa e duas móveis tem-se  $F = R/4 = R/2^2$ ; com uma fixa e três móveis tem-se  $F = R/8 = R/2^3$  e assim sucessivamente, de modo que para  $n$  polias móveis teremos:  $F = R/2^n$ .



*Figura 13 - Cadernal: Outro modo de aumentar a vantagem mecânica consiste na associação de várias polias fixas (num único bloco) com várias polias móveis (todas num mesmo bloco do outro lado). A associação também é conhecida por moitão ou simplesmente por talha. Há várias configurações. [www.feiradeciencias.com.br, agosto 2004]*

Para a talha de 4 polias (duas fixas + duas móveis) tem-se  $F = R/4$ , para a de 6 polias (três fixas e três móveis) tem-se  $F = R/6$ . Para  $n$  polias móveis temos:  $F = R/2n$ .

Tais montagens não têm tanta vantagem mecânica como as correspondentes exponenciais, entretanto, são montagens mais compactas e se utilizam de uma única corda.

### 3.2.10 Tornando a aula mais interessante

Para tornar a aula mais interessante sugerimos que experiências práticas pudessem ser realizadas para que os alunos percebessem a importância desse estudo, por exemplo,



em associação de polias utilizamos uma força menor para conseguirmos levantar um peso grande.

Existe na casa da ciência um elevador construído com esses moldes de associação de polias, foi interessante que os alunos pudessem comprovar na prática o que estudaram na teoria, portanto realizamos uma visita a exposição recente da casa da ciência na UFRJ e deixamos que os alunos brincassem e tirassem suas conclusões sobre os possíveis primeiros elevadores. Para isso registramos esse fato abaixo:



FOTO 1- *Na foto acima podemos verificar que uma pessoa pode levantar seu próprio corpo sem fazer muita força com um sistema de polias.*

### 3.3 - 2<sup>a</sup> AULA

#### 3.3.1 Introdução

Tratamos nesta segunda aula de conceitos fundamentais como definição de corpo rígido, centro de massa do mesmo, torque, binário. Estes conceitos nos permitiram generalizar as condições de equilíbrio não só para uma partícula, como para qualquer corpo, mesmo aqueles que sofrem rotação (corpos extensos).

#### 3.3.2 Chamando a atenção do aluno

Experiência 1: (Brincando de equilibrista). Tentar equilibrar um prato com uma tentativa, depois um caderno com uma tentativa e posteriormente um vassoura com três tentativas, tudo isso com apenas um dedo.

Estimativa: Antes de o aluno realizar a experiência, perguntamos onde o mesmo pretendia colocar seus dedos, já que este tem poucas chances, e o que levou ao mesmo tomar esta decisão. Pedimos, também, ao aluno que organizasse, em ordem crescente de dificuldade, os objetos na tentativa de equilibrar, justificando o que o levou a organizar de tal jeito.

O aluno realizou a experiência e verificou se deu certo ou errado, e depois explicou para os colegas o que levou a escolher as posições e porque conseguiu ou não conseguiu, isto é, o tipo de raciocínio que o levou a acertar ou a errar.

#### **Objetivos:**

Na estimativa analisamos a capacidade do aluno de prever algo, sem se preocupar com o estar certo ou errado para agradar o professor, mas inicialmente, o mesmo pensou que era uma brincadeira, assim conseguimos extrair de maneira natural e descontraída os conhecimentos prévios dos alunos, as noções intuitivas de centro de massa, corpo rígido e

verificar se o mesmo percebia que nem todos os corpos podem ser considerados como ponto material, e até se o mesmo tinha noção do “poder de rotação de um corpo” (torque).

As explicações tiveram o intuito de evitar respostas do tipo “é aqui ou ali que se coloca os dedos”, e, ao mesmo tempo, ajudar aos alunos mais tímidos a se soltarem e obtermos informações sobre o conhecimento prévio dos mesmos, para a construção e elaboração da aula propriamente dita.

### 3.3.3 Explicações ou hipóteses formuladas pelos alunos

Onde os alunos pretendem, colocar os dedos:

Resposta 1: “No meio da moeda, prato, caderno e próximo aos pelos da vassoura.”

Resposta 2: “Em qualquer lugar na moeda, no centro geométrico do prato, caderno e próximo a parte mais pesada da vassoura.”

Resposta 3: “No meio da moeda, no centro geométrico do prato, caderno e próximo a parte mais pesada da vassoura.”

Ordem Crescente de dificuldade:

A - Moeda, prato, caderno e vassoura.

Justificativa: “A moeda é que mais se aproxima de um ponto material, prato e caderno não vejo muita diferença no nível de equilíbrio, a vassoura, pois a massa desta se concentra próxima aos pelos e com isso é difícil determinar o ponto onde vamos colocar o dedo, mas sabemos que não é no meio.”

B - Moeda, caderno, prato e vassoura.

Justificativa: “A moeda porque é um ponto material, caderno, pois tem sua massa melhor distribuída que o prato, e a vassoura que tem sua massa concentrada próxima aos pelos”.

C -Moeda, vassoura, caderno e prato.

Justificativa: “A moeda porque qualquer lugar que colocar a mão equilibra, a vassoura porque tem mais tentativas, depois caderno e prato”.

D - Moeda, caderno, prato e vassoura.

Justificativa: “A moeda porque é a que mais se aproxima de um ponto material (não roda), os demais corpos tendem a rodar, caderno e o prato, pois tem sua massa espalhada por igual, e a vassoura que tem sua massa concentrada próxima aos pelos”.

#### 3.3.4 Conceito de corpo rígido, Centro de massa em um corpo rígido

Os experimentos propostos na seção 3.3.2, nos permitiram perceber que na Física não podemos tratar todos os corpos como sendo ponto material, principalmente no nosso caso, estudo do equilíbrio, a realização dos experimentos deixa bem evidente o que dissemos acima, com isso torna-se necessário discutirmos alguns conceitos novos como o de corpo rígido, centro de massa no mesmo.

Nas etapas anteriores queríamos não só instigar os alunos a perceberem que precisamos de novos conceitos, mas que estes fossem capazes de dar suas contribuições para formulação dos mesmos, ao perceberem, não só o aspecto de dimensão dos corpos, mas a capacidade destes de exercerem movimentos de rotação, facilitando na formulação do conceito de corpo rígido.

Antes de conceituar corpo rígido conceituamos corpo extenso como sendo um corpo que além do movimento de translação, também apresenta movimento de rotação. Na verdade o corpo extenso é visto como um conjunto de pontos materiais; já corpo rígido, pode ser conceituado como corpo sólido que apresenta movimento de translação e rotação, **e quando sujeito a ação de uma força, esta é capaz de alterar seu estado de movimento, mas não o deforma.**

Vemos com isso que o conceito de corpo rígido é parecido com o conceito de corpo extenso, com a ressalva de que o escrito acima, em destaque, pode ser entendido como um modelo teórico que visa facilitar o nosso estudo ao desprezar os efeitos de deformação. Algo semelhante ocorre quando resolvemos problemas de tração em polias, em que geralmente consideramos desprezível a massa da polia e consideramos o fio inextensível com o intuito de facilitar os cálculos.

Ao introduzirmos o conceito de corpo extenso e de corpo rígido, não conseguimos ainda entender como estes influenciam no nosso estudo de equilíbrio, porém ao aprofundarmos o estudo dos corpos rígidos introduzindo novos conceitos como o de centro de massa, fica mais visível a explicação para os experimentos propostos na seção 3.3.2, já que iremos agora entender as diferenças entre a vassoura, o prato e o caderno que são corpos extensos, porém se diferenciam quanto a sua distribuição de massa.

Dessa forma conceituamos. *“centro de massa como sendo a posição média de toda a massa que constitui um corpo ou sistema.”* [ [www.conviteafisica.com.br](http://www.conviteafisica.com.br), setembro 2004]

Ao analisarmos algumas respostas interessantes dos alunos tipo: “A moeda porque é a que mais se aproxima de um ponto material (não roda), os demais corpos tendem a rodar, caderno e o prato, pois tem sua massa espalhada por igual, e a vassoura que tem sua massa concentrada próxima aos pelos”, chegamos à conclusão de que devemos não só saber o que é centro de massa, mas saber localizá-lo, saber se esta localização é, ou não igual em todos os corpos e para isso, iremos classificar e analisar os corpos homogêneos e não homogêneos.

A palavra homogêneo no dicionário tem o seguinte significado: *“algo cujo as partes são da mesma natureza, ou estão solidamente e/ou estritamente ligadas.”*

[FERREIRA, 2000]

Podemos entender que um corpo é homogêneo quando possui uma distribuição uniforme de massa, sendo que a massa deste corpo se distribui por igual ao longo do mesmo, e um corpo é não homogêneo quando a sua distribuição de massa não é uniforme. Podemos exemplificar estes conceitos com os próprios exemplos da seção 3.3.2, onde o caderno e o prato são praticamente homogêneos e a vassoura é um corpo não homogêneo.

Muitas pessoas podem perguntar; “o que tem haver o fato do corpo ser homogêneo ou não com a localização do centro de massa?” Na verdade, um corpo homogêneo nos facilita e na hora de localizar o seu centro de massa, pois o centro de massa do corpo homogêneo coincide com o centro geométrico do mesmo, ao passo que se o corpo não for homogêneo só podemos prever aproximadamente seu centro de massa. Se quisermos uma localização precisa teremos que efetuar cálculos. Podemos com isso relacionar esta afirmativa com o fato de ser mais difícil equilibrar a vassoura que o prato e caderno, já que precisaríamos colocar o dedo na posição exata do centro de massa, pois é muito mais fácil encontrar o centro geométrico de um corpo que estimar na tentativa e erro, apenas sabendo que o centro de massa estaria mais próximo dos pelos da vassoura.

Podemos ainda dar outros exemplos de localização do centro de massa de corpos homogêneos e não homogêneos. Para corpos homogêneos podemos citar um cubo de gelo que contém seu centro de massa coincidindo com seu centro geométrico, ou uma barra de metal homogênea, uma esfera de isopor e outros, já para corpos não homogêneos: o martelo que tem seu centro de massa mais próximo da parte de metal.

*Popularmente usa-se muito o termo centro de gravidade em lugar do centro de massa e ambos se referem ao mesmo ponto para a maioria dos objetos próximos a Terra, porém existe uma pequena diferença entre a localização do centro de massa e do centro de gravidade quando um objeto é grande o bastante para que a força gravitacional varie de um ponto a outro.*

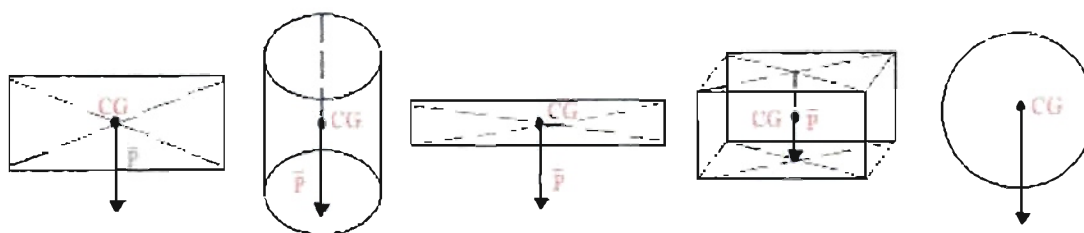
[ [www.conviteafisica.com.br](http://www.conviteafisica.com.br), setembro 2004]

Muitos alunos podem perguntar. “Existe diferença entre um conceito e outro, quanto a sua formulação?” A resposta é: “sim” Vamos observar a definição de centro de gravidade e comparar com a de centro de massa.

*(O centro de gravidade é simplesmente uma posição média da distribuição da força peso.*

*Note que ambas as definições de centro de massa e de centro de gravidade são diferentes, a primeira se refere à distribuição de massa e a segunda a distribuição da força peso. Desde que a força peso exercida em um corpo de massa  $m$  é proporcional a sua massa, o centro de gravidade e o centro de massa se referem ao mesmo ponto em regiões próximas a superfície da Terra. [ [www.conviteafisica.com.br](http://www.conviteafisica.com.br), setembro 2004]*

Vejamos agora algumas ilustrações com a localização do centro de gravidade em corpos homogêneos:



*Figura 14 Localização de alguns centro de massa em sólidos regulares [ [www.eduquenet.net](http://www.eduquenet.net), outubro 2004]*

Vejamos agora algumas ilustrações com a localização do centro de gravidade em corpos não homogêneos:



*Figura 15 - Centro de massa de uma chave de fenda [ www. eduquenet.net, outubro 2004]*

Nem sempre o centro de gravidade está localizado no corpo do objeto. Se tiver a forma de uma ferradura, seu centro de gravidade se encontra fora dele.



*Figura 16 – Centro de massa de uma ferradura [ www. eduquenet.net, outubro 2004]*

### 3.3.5 Tornando a aula mais interessante

Nós aprendemos os conceitos de corpo rígido, centro de massa, centro de gravidade e localização do centro de massa e gravidade de forma teórica, vamos agora de maneira experimental determinar a localização do centro de gravidade de um corpo.



### Experiência 1:

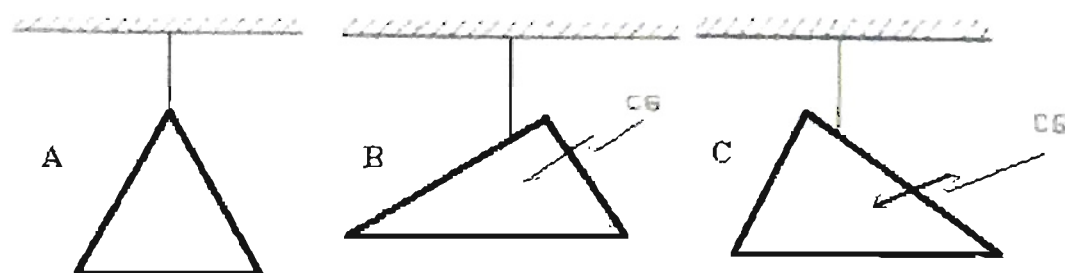


Figura 17 - Suspende-se o objeto, por dois pontos diferentes e procura-se o ponto de intersecção das verticais traçadas pelos pontos de suspensão. (Fig A e B). Se o objeto for suspenso por um terceiro ponto, a vertical passará também pelo centro de gravidade (figura C) [www. eduquenet. net/equilibriocorpos. Htm, outubro 2004]

### Experiência 2:

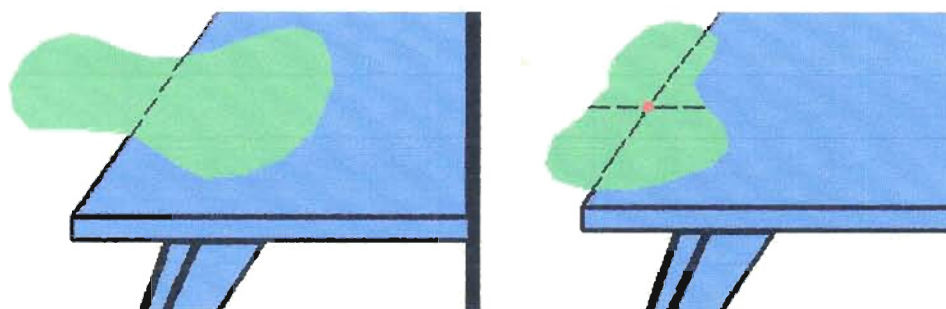
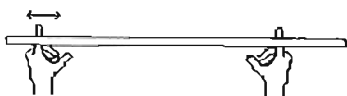


Figura 18 - Colocando-se o corpo sobre a extremidade de uma mesa, ele só cairá da mesa quando seu centro de gravidade se projetar além da borda. Isso permite determinar a posição do centro de gravidade CG do corpo. Desloca-se o cartão sobre a mesa até que ele esteja prestes a cair. Traça-se nele, então, uma linha correspondente ao traço da borda da mesa. Depois, repete-se a operação com o cartão virado em outra posição. O ponto de intersecção, onde as linhas se cruzam, indica o centro de gravidade CG. [www. eduquenet. net/equilibriocorpos. Htm, outubro 2004] –

### Experiência 3 :



*Figura 19 - Queremos determinar o Centro de Gravidade de um objeto longo. Uma régua bem comprida, por exemplo. Apoiamos as duas pontas da régua nos dedos indicadores ("fura-bolos") e tentamos juntar esses dedos. Vemos então que só conseguimos mover um dos dedos de cada vez. Depois de algumas tentativas os dedos se encontram em um ponto que é o Centro de Gravidade da régua. Se a régua for uniforme, esse ponto também é seu centro geométrico [ [www.fisica.ufc.br/mec2.htm](http://www.fisica.ufc.br/mec2.htm), outubro 2004]*



*Figura 20- Fizemos a mesma experiência com um objeto bem assimétrico, como uma vassoura. Observamos que o Centro de Gravidade da vassoura fica bem mais perto da ponta onde estão os pelos. [ [www.fisica.ufc.br/mec2.htm](http://www.fisica.ufc.br/mec2.htm), 2004]*

### Análise

Vamos agora entender porque os dedos se encontram no Centro de Gravidade. Quando eles estão afastados, o que está mais perto do Centro de Gravidade suporta uma carga maior que o outro. O atrito é proporcional a essa carga, logo, o dedo mais próximo do Centro de Gravidade sofre maior atrito e não conseguimos movê-lo enquanto o outro desliza com facilidade.

### 3.3.6 Condições de Equilíbrio num corpo rígido: Forças de apoio, ponto de suporte, conceituação de torque-Introdução

Chegamos em uma etapa crucial do nosso estudo de equilíbrio, pois viemos até aqui introduzindo vários conceitos que nos serviram de base para esse estudo, mais não aprofundamos muito no neste assunto. Antes de enunciarmos as condições de equilíbrio de um corpo rígido, introduzimos os conceitos que ainda nos faltavam, sendo esses: forças de apoio, ponto de suporte, conceituação de torque.

### 3.3.7 Chamando a atenção do aluno

Propusemos quatro situações experimentais para que os alunos dessem suas interpretações aos fenômenos.

Situação experimental 1:

Material: Vassoura de madeira, serrote e balança de dois pratos.

Fizemos uma pergunta para os alunos (antes de realizar o experimento). - “Se você serrar o cabo da vassoura na posição do Centro de Gravidade e pesar as duas partes em uma balança de dois pratos, qual delas será mais pesada?”

Em seguida, pedimos para um aluno realizar a experiência pesando as duas partes, uma de cada vez e verificar o que ocorria. Aos alunos foram solicitadas explicações sobre acerto ou erro.

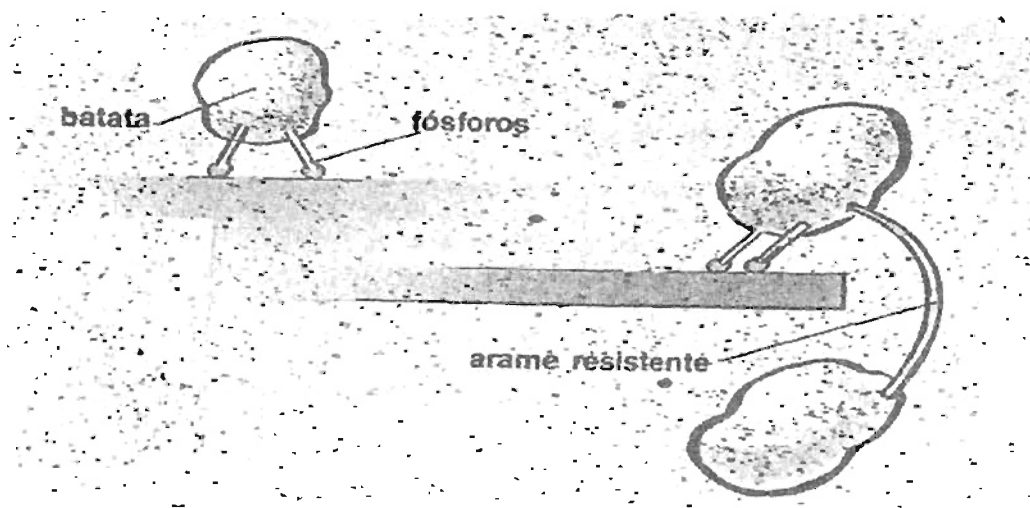
**Objetivos:**

Verificar se os alunos aprenderam o conceito de centro de gravidade e ao mesmo tempo se estes perceberam as grandezas que influenciam no “poder de rotação” (torque), se perceberam que existe uma relação entre os pesos e distância em torno do centro de gravidade, ou se estes pensavam que o centro de gravidade era divisor da força peso, por igual.

**Situação experimental 2:**

**Material:** 2 batatas de tamanho médio, dois palitos de fósforo e um pedaço de 25cm de arame resistente.

**Procedimento:** Espetar os palitos numa das pontas de uma batata; enfiar a outra extremidade na ponta da segunda batata. Pousar a batata com os palitos junto à borda de uma mesa, de modo que a outra batata fique dependurada, ajustar o arame até encontrar a posição em que o conjunto fique em equilíbrio. De acordo com a figura abaixo:



*Figura 21 - Batata equilibrista*

Após realizar o experimento pedimos aos alunos que tentassem explicar como é possível que o conjunto fique em equilíbrio [[www.fisica.ufc.br/mec1.htm](http://www.fisica.ufc.br/mec1.htm), outubro 2004]

#### Situação experimental 3:

Procedimento: construindo uma gangorra de brinquedo, apoiando uma régua de 30cm em uma borracha. O aluno deveria colocar um boneco magro de um lado da gangorra e um boneco gordo do outro lado, até que conseguisse atingir o equilíbrio do sistema. Podemos fazer esta experiência com massa de modelar ou moedas de diferentes pesos.

Perguntamos aos alunos qual dos bonecos deveria estar mais próximo do suporte, e o porquê?

#### Situação experimental 4:

Empilhar vários livros de 24 cm na borda de uma mesa de modo que formem uma torre inclinada

Dá para fazer uma torre que parece desafiar a gravidade. Começar com uma pilha vertical. Deslocar o livro mais alto na pilha o máximo que puder sem que caia. Depois mover os dois livros superiores juntos até quase caírem. Medir a distância E assim por diante. Note que quanto maior o número de livros movidos menor a distância que eles podem ser movidos sem que o conjunto desabe. Com muitos blocos e com certa habilidade a torre inclinada fica impressionante.

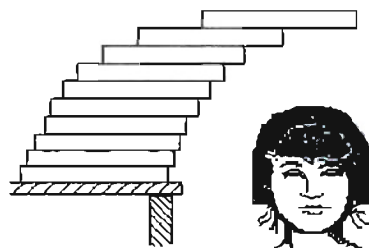


Figura 22 torre de livros [[www.fisica.ufc.br/mec1.htm](http://www.fisica.ufc.br/mec1.htm), outubro 2004]

Os alunos realizaram esta experiência com 6 livros e mediram a distância entre os livros. Depois disso pedimos aos alunos que explicassem porque essa relação entre as distâncias.

### 3.3.8 Explicações ou hipóteses formuladas pelos alunos

Resposta 1: -“ A parte dos pelos, já quebrei a vassoura em casa no encaixe do cabo, na posição além do centro de massa e mesmo assim a parte de pelo é mais pesada, quanto mais se dividirmos no centro de gravidade, menos massa ainda terá a parte mais longa e mais massa terá a parte de pelo.”

- “As duas têm o mesmo peso, pois cortei no centro de gravidade. Acho que o centro de gravidade divide o peso por igual em cada lado da vassoura”.

Resposta 2: -“Acredito que seja parecido com o que já trabalhamos, o centro de massa deve estar próximo ao ponto de contato, como no caso de equilibrar os pratos, cadernos e vassoura o dedo estava situado no centro de massa.”

- “Não sei”.

Resposta 3: -“O boneco gordo deve estar mais próximo do suporte, ao passo que o boneco magro deve estar mais afastado, à medida que afastamos o boneco magro do ponto de suporte e aproximamos o boneco gordo do mesmo, vamos percebendo que a gangorra fica mais difícil de balançar, agora o por quê dessa relação distância com os pesos não sei.”

Resposta 4: -“ O livro mais alto 12,00 cm, em seguida temos. 6,00 cm, 3,00 cm, 1,50 cm, 0,75 cm. Não sei o por quê desses valores obedecer a relação do seguinte ser metade do anterior.”

### 3.3.9 Condições de Equilíbrio num corpo rígido: Forças de apoio, ponto de suporte - fundamentação teórica

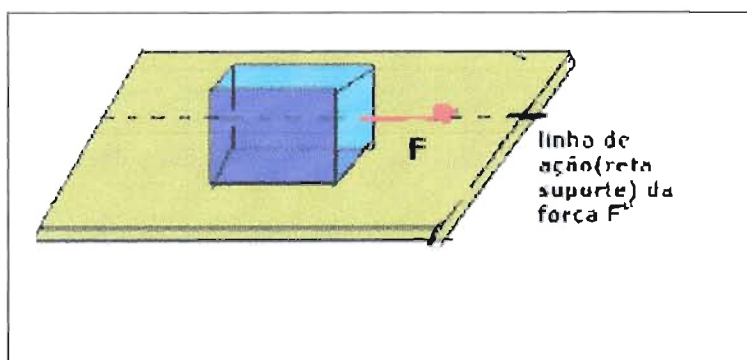
Os experimentos da seção anterior nos obrigaram a tratar o equilíbrio de forma mais geral, já que primeiro apresentamos casos envolvendo ponto material, depois percebemos que nem todos os corpos se comportam como tal. Até agora vínhamos trabalhando equilíbrio envolvendo forças que atuam no centro de massa, e para buscarmos uma generalização ainda precisamos de alguns conceitos como: transmissibilidade de forças, equilíbrio com forças de apoio, equilíbrio com barras articuladas, torque, binário e finalmente condições de equilíbrio em corpos rígidos.

#### **Transmissibilidade de forças:**

1º caso:

*Figura 23*

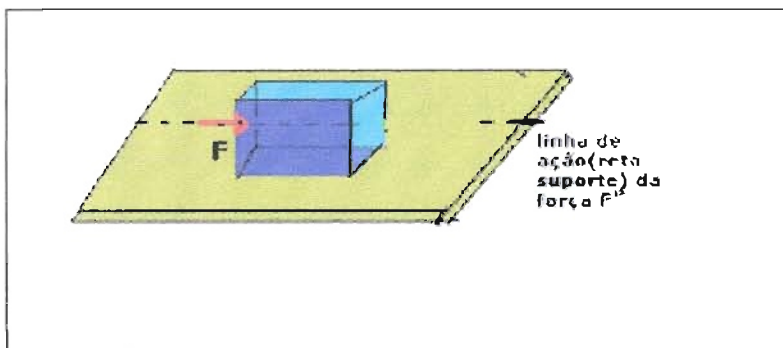
*Puxamos um corpo de forma cúbica, aplicando uma força  $F$  no ponto A, centro da face lateral direita do corpo. [BONJORNO, 2004.]*



2º caso:

*Figura 24 - Empurramos esse corpo, passando o ponto de aplicação da força  $F$  para o ponto B, centro da face lateral esquerda.*

[BONJORNO, 2004.]



Nos dois casos, o efeito da força  $F$  sobre o corpo é o mesmo. Isso sempre ocorrerá se o ponto de aplicação da força sobre o corpo estiver na linha de ação dessa força, implicando que o efeito de uma força sobre um corpo não se altera quando deslocamos seu ponto de aplicação ao longo de sua linha de ação

### **Equilíbrio com forças de apoio:**

Um corpo simplesmente apoiado fica sob ação de somente duas forças a força peso, devida à sua interação com a Terra, e a força de reação do apoio, devida à sua interação com o apoio. Para que esse corpo esteja em equilíbrio, essas forças devem ser colineares e opostas. Como a força aplicada pelo apoio se localiza na base do corpo e deve ser colinear com a força peso, a reta vertical que passa pelo centro de gravidade do corpo também deve passar pela base do apoio, para que o corpo não esteja tombado.

[ CARRON , 2004 a. ]



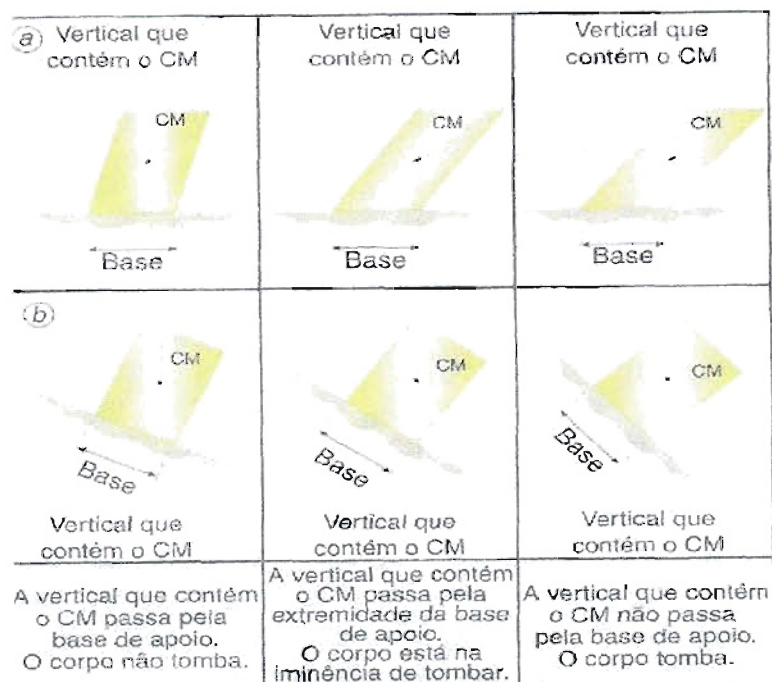
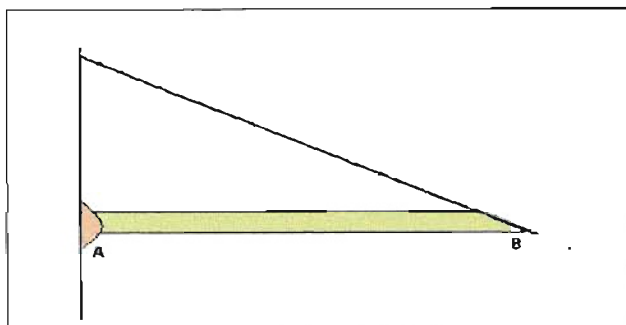


Figura 25 - Condições de equilíbrio [ CARRON, 2004 a. ]

Além dos exemplos acima, podemos trabalhar com a experiência da batata, figura 21, onde o centro de gravidade do sistema está situado junto à mesa, não exatamente nos palitos, mas a reta vertical que passa pelo centro de gravidade do sistema deve passar pela base do apoio (mesa), para que o corpo não tombe. Vimos também que o efeito de uma força ao longo sua linha de ação é a mesma, então o centro de massa não precisa estar no ponto de apoio, mas na linha vertical que passa pelo mesmo e com isso a resultante de forças entre o peso e a força de contato é zero (uma das condições de equilíbrio já enunciada desde equilíbrio de ponto material).

#### Equilíbrio de barras articuladas:

Observe o desenho abaixo, onde temos uma barra homogênea de peso  $P$  articulada em A e sustentada por um fio ideal e preso à extremidade B.



Figuras 26 - Na barra atuam três forças: o peso  $P$ , a tração e a força  $F$  da articulação. Para representarmos a força  $F$  que a articulação exerce na barra aplicamos o teorema das três forças: [FERRARO, 2004.]

**Atenção:** Quando um corpo está em equilíbrio sob ação de três forças não paralelas, elas devem ser concorrentes.

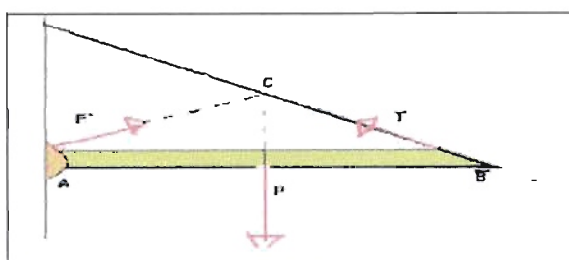


Figura 27-  $P$  e  $T$  concorrem no ponto  $c$ . Logo, a força  $F$  tem a direção da reta definida pelos pontos  $A$  e  $C$ . [FERRARO, 2004.]

### 3.3.10 Conceituação de torque

Até agora sabíamos que existe o que chamamos de “poder de rotação” presente nos corpos, mas não sabíamos que grandezas físicas se relacionam relacionadas a este “poder de rotação”. Observe o exemplo da porta.

Experimente fechar uma porta, aplicando uma mesma força  $F$  a diferentes distâncias do eixo de rotação, constituído pelas dobradiças. Você verificará que, quanto mais distante do eixo a força for aplicada, tanto mais facilmente a porta irá fechar. Assim a ação da força na rotação depende da distância de sua linha de ação relativamente ao eixo. [FERRARO, 2004 ]

Conceituamos torque ou momento de força como a tendência de rotação que uma dada força produz em um dado corpo rígido, fazendo com que o mesmo, estando em repouso, entre em movimento de rotação, e se o mesmo estiver em rotação uniforme, passe a ter rotação não uniforme. A intensidade do torque ( $\zeta$ ) é dada por:

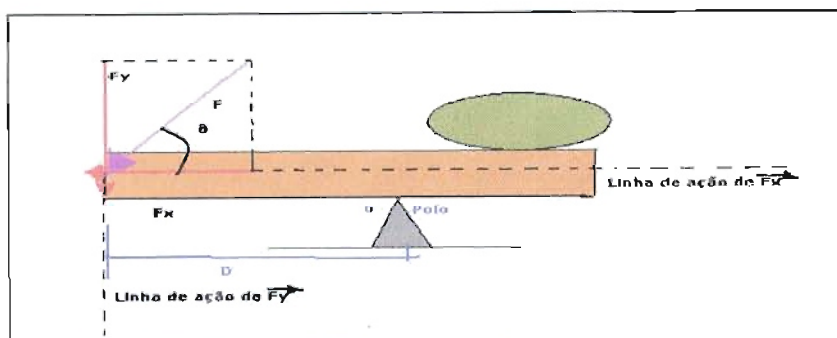
### Equação 3

$$\zeta = F \cdot D$$

Na equação acima temos que  $F$  é a intensidade da força que atua no corpo rígido e  $D$  é a distância perpendicular à linha de ação da força ao eixo de rotação, sendo que esta força recebe o nome de braço da força ou braço da alavanca.

No caso de uma força não ser perpendicular ao segmento de reta que une o ponto de aplicação da força ao pólo, podemos calcular o torque dessa força de duas maneiras:

**Decompondo a força, temos:**



*Figura 28 – Forças que atuam na barra*

$$F_x = F \cdot \cos\theta$$

$$F_y = F \cdot \sin\theta$$

$$\zeta_t = \zeta_{F_x} + \zeta_{F_y}$$

$$\zeta_F = 0 + (F \cdot \sin\theta) \cdot D$$

$$|\zeta_F| = |F \cdot \sin\theta \cdot D|$$

Calculando a medida do braço da força verificamos a equivalência desse processo com anterior.

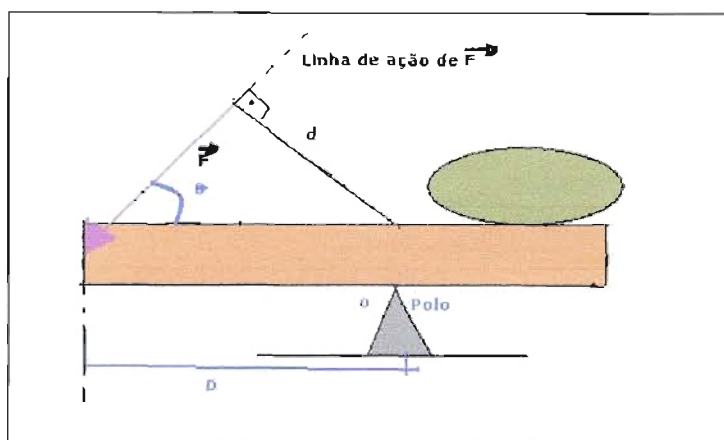


Figura 29 -  $d = D \cdot \sin\theta$ . O torque ou momento da força  $F$  é dado por:

$$|\zeta| = |\mathbf{F} \cdot \mathbf{d}| = |\mathbf{F}| \cdot |\mathbf{D}| \cdot \sin\theta$$

Na verdade, torque de uma força é uma grandeza vetorial. A definição acima se refere apenas à sua intensidade. No entanto, para forças coplanares, não é necessário considerar suas características vetoriais, sendo suficiente a convenção de sinais que se estabelece.

Por convenção, adota-se o sinal + para o torque no qual a força tende a produzir, em torno do pólo, rotação no sentido anti-horário. Adota-se o sinal – para o torque no qual a força tende a produzir rotação no sentido horário, em torno do pólo. [FERRARO, 2004 ]  
Agora que conhecemos o conceito de torque podemos tirar as dúvidas sobre o experimento da vassoura.

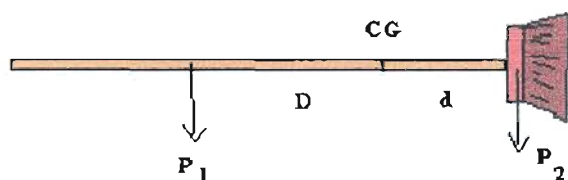


Figura 30 - Para termos os torques iguais, já que  $D \neq d$ , temos  $P_1 \neq P_2$

A parte menor da vassoura pesa mais porque o Centro de Gravidade é o ponto onde os **torques** dos dois lados são iguais (e não o ponto onde os pesos são iguais). O torque, nesse caso simples, é (aproximadamente) o produto do peso pela distância ao Centro de Gravidade ao meio de cada lado. [[www.fisica.ufc.br/mec2.htm](http://www.fisica.ufc.br/mec2.htm), outubro 2004]

Além dessas aplicações o conceito de torque se aplica a uma série de coisas ligadas ao nosso cotidiano, usamos esse conceito mesmo que de forma intuitiva ao tentarmos abrir uma lata de tinta usando uma chave de fenda invés de uma moeda, ao colocarmos um cano junto à chave de roda para trocarmos o pneu de um carro, com o intuito de buscarmos facilitar a remoção do pneu, podemos verificar que ao invés de aplicarmos uma força mais intensa (o que não é interessante), aumentamos o braço da alavanca, ou braço da força, provocando um aumento no torque (o que antes de conhecer chamávamos de “poder de rotação”).

### 3.3.11 - Binário

Binário é um sistema constituído de duas forças de mesma intensidade, mesma direção e sentidos opostos, cujas linhas de ação estão a uma certa distância  $d$ . A distância  $d$  chama-se braço do binário.

O torque do binário é a soma algébrica dos torques das forças que o constituem. Assim, considerando um pólo  $O$  e levando em conta a convenção de sinais, vem:

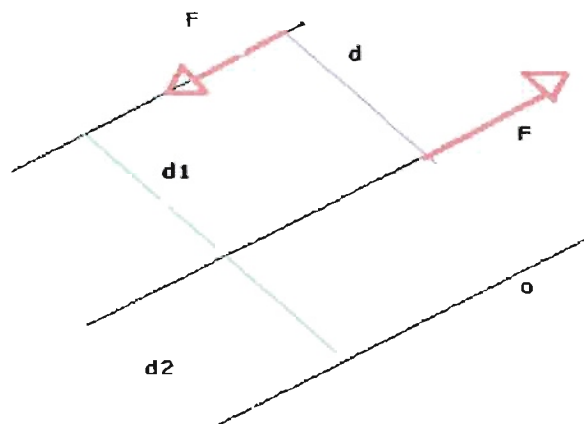


Figura 31 -  $\zeta = Fd_1 - Fd_2$ ,  $\zeta = F(d_1 - d_2)$  e  $\zeta = Fd$  [RAMALHO, 1999.]

No nosso dia a dia temos várias aplicações do binário quando giramos uma chave na porta, um botão de combinação de um cofre, quando abrimos uma torneira, numa chave de roda convencional, quando queremos apertar ou afrouxar os parafusos da roda de um

automóvel, ou utilizando um regador automático de jardim, enfim nestas e em outras situações aplicamos um binário. Este foi um dos motivos de termos tratado o binário como caso a parte, pois este é um caso muito especial da aplicação do conceito de torque. Para ficar mais clara a importância da aplicação do binário vamos determinar a vantagem mecânica ao se usar uma chave de fenda grossa, ao invés de uma chave de fenda fina.

Ao girar o cabo da chave de fenda para apertar um parafuso, uma pessoa exerce duas forças paralelas de mesma intensidade e sentidos opostos. Como essas forças são simétricas em relação ao eixo de rotação, elas formam um binário.

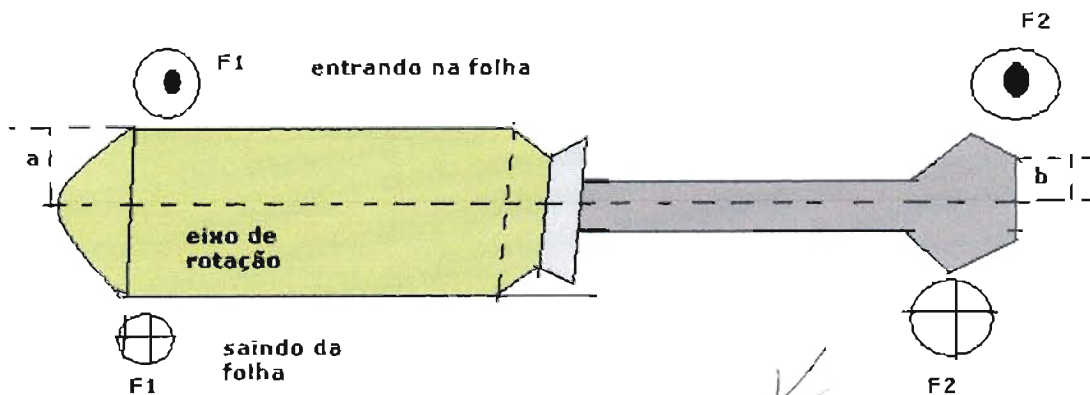


Figura 32 – Forças que atuam numa chave de fenda ou girar. [BONJORNNO,2004]

O torque (ou momento) desse binário provoca um giro na chave, dado por:

$$\zeta_1 = 2F_1 a$$

A ponta da chave também aplica um binário de forças no parafuso. O momento do binário (torque) na ponta da chave é dado por:

$$\zeta_2 = 2F_2 b.$$

Esses dois momentos produzem um giro da chave no mesmo sentido. Como esses momentos são iguais, obtemos:

$$2F_1a=2F_2b,$$

Daí chega-se a  $F_1/F_2=a/b$ , onde  $a/b$  é a vantagem mecânica, ou seja, se  $a>b$ , o valor da  $F_2$  transmitida para a ponta da chave é maior que o valor de  $F_1$ , isto é, quanto mais grossa a chave, maior a força  $F_2$  transmitida. [BONJORNO, 2004.]

### 3.3.12 Condições de equilíbrio

Até o presente momento discutimos a presença da rotação e da translação em corpos extensos, mas ainda não discutimos como as condições de equilíbrio se encaixam dentro de cada caso.

No caso da translação a condição de equilíbrio é a mesma que para um ponto material, ou seja, **a resultante de todas as forças que atuam no corpo rígido deve ser nula**. O fato de a condição ser a mesma se deve ao fato de considerar o corpo como ponto material quando não apresentar rotação. Assim sendo, torna-se um caso especial de corpo extenso, e verificamos então a equivalência da única condição de ponto material com a primeira condição de equilíbrio de um corpo extenso.

No caso da rotação a condição de equilíbrio é: **a soma algébrica de todos os torques que atuam em um corpo em relação ao mesmo ponto seja igual a zero**.

Ou Resumindo. Podemos definir da seguinte forma:

Para translação:

**Equação 4**

$$\Sigma \mathbf{F} = 0$$

Para rotação:

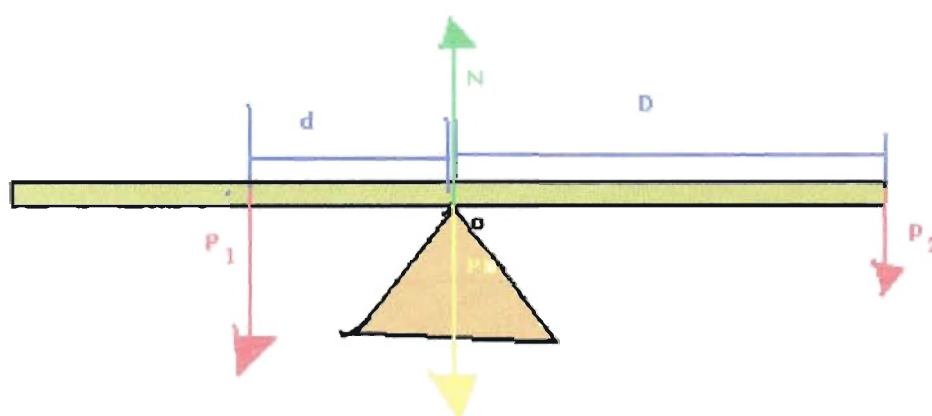
$$\sum \zeta = 0$$

Equação 5

Podemos agora explicar o por quê dos resultados obtidos na experiência 3 e 4 da seção 3.3.7

**Na gangorra**

Para que haja equilíbrio temos:



*Figura 33 - forças que atuam na gangorra*

Para translação:

$$\sum \mathbf{F} = 0 \Rightarrow N - P_1 - P_2 - p = 0$$

Para rotação:

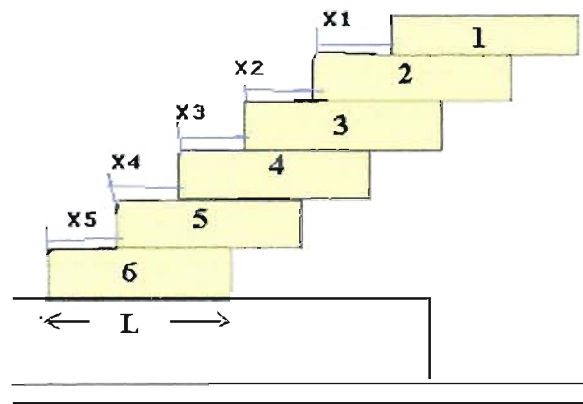
$\sum \zeta = 0$ , os torques foram calculados em relação ao pólo O.

$$-P_2 \cdot D + P_1 \cdot d = 0 \quad \text{e} \quad P_2 \cdot D = P_1 \cdot d$$

Para que os torques sejam exatamente iguais em módulo temos peso grande a uma distância pequena e peso pequeno a distância grande, como a massa é proporcional ao peso, temos o boneco gordo a uma distância pequena e o boneco magro a uma distância grande.



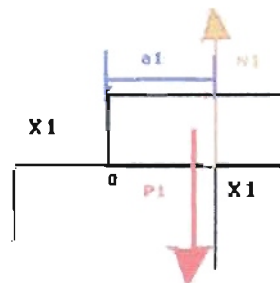
Na torre de livros:



*Figura 34 As distâncias  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  a são os deslocamentos que realizamos com os livros na intenção de deixá-los na iminência de movimento.*

Vamos chamar o livro do alto da torre de livros de 1, em seguida 2, 3, 4, 5, e 6, além disso o comprimento do livro iremos chamar de  $L$ .

Sobre o livro 1 temos as seguintes forças: peso e normal.



Para translação

$$\sum \mathbf{F} = 0 \Rightarrow N_1 - P_1 = 0, P_1 = N_1$$

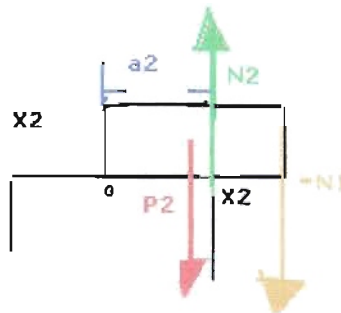
Para rotação:  $\sum \zeta = 0$ , os torques foram calculados em relação ao pólo  $O$ .

$-P_1 \cdot L/2 + N_1 \cdot a_1 = 0$ , mas  $N_1 = P_1 = P$ , então ficamos com:

$-P \cdot L/2 + P \cdot a_1 = 0$ , o que nos leva a:  $a_1 = L/2$ , por geometria simples temos que  $L = a_1 + x_1$ , logo:

$$x_1 = L/2.$$

Sobre o livro 2 temos, o peso, a força de contato com o livro 1 apontando para baixo e a normal para cima.



Para translação:  $\sum F = 0 \Rightarrow N_2 - P_2 - N_1 = 0$ ,  $N_2 = N_1 + P_2$

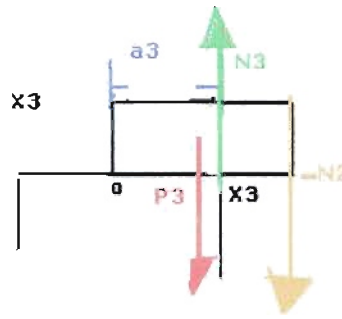
Para rotação:  $\sum \zeta = 0$ , os torques foram calculados em relação ao pólo O.

$-P_2 \cdot L/2 - N_1 L + N_2 \cdot a_2 = 0$ , mas  $N_2 = N_1 + P_2$ , e  $P_2 = P_1$ , então ficamos com:

$-P \cdot L/2 - P \cdot L + 2P \cdot a_2 = 0$ , o que nos leva a:  $a_2 = 3L/4$ , por geometria simples temos que  $L = a_2 + x_2$ , logo:

$$x_2 = L/4.$$

Sobre o livro 3 temos, o peso, a força de contato (com o livro acima deste) apontando para baixo e a normal para cima.



Para translação:  $\sum \mathbf{F} = 0 \Rightarrow N_3 - P_3 - N_2 = 0$ ,  $N_3 = N_2 + P_3$

Para rotação:  $\sum \zeta = 0$ , os torques foram calculados em relação ao pólo O.

$-P_3 \cdot L/2 - N_2 L + N_3 \cdot a_3 = 0$ , mas  $N_3 = N_2 + P_3$ , e  $P_3 = P_2 = P$ , então ficamos com:

$-P \cdot L/2 - P \cdot L + 3P \cdot a_3 = 0$ , o que nos leva a:  $a_3 = 5L/6$ , por geometria simples temos que  $L = a_3 + x_3$ , logo:

$$x_3 = L/6.$$

Se quiséssemos construir uma torre com  $n$  livros, poderíamos achar um resultado geral, usando o método de demonstração por indução, ao observarmos as soluções acima observamos que.

$-N_{(n-1)} \cdot L - P_n \cdot L/2 + N_n \cdot a_n = 0$ , mas  $N_{(n-1)} = \sum P_{(n-1)} = (n-1) P$ , visto que os pesos são iguais, de forma semelhante, podemos dizer que:  $N_n = \sum P_n = n \cdot P$ , sendo assim temos:

$$-(n-1) P \cdot L - P \cdot L/2 + n \cdot P a_n = 0,$$

$$[(2n-2L) + L]/2 = n \cdot a_n,$$

$$a_n = L - L/2n, \text{ por fim podemos chegar a } X_n = L - (L - L/2 \cdot n),$$

$$X_n = L/2 \cdot n$$

Vimos muitas aplicações no estudo de equilíbrio na parte de ponto material, envolvendo somente translação, onde introduzimos o conceito de máquinas simples e tratamos das polias, vimos também muitas aplicações cotidianas envolvendo só rotação, quando conceituamos torque, agora iremos ver as aplicações cotidianas levando em conta as condições de equilíbrio de um corpo rígido, envolvendo translação e rotação. Estamos falando das alavancas que também são máquinas simples.

### 3.3.13 Alavancas

A alavanca é uma das máquinas simples mais antigas. Trata-se de um dispositivo construído por uma barra rígida que pode girar em torno de um ponto fixo. A alavanca apresenta três pontos básicos: entrada, onde é aplicada a força potente ( $F_p$ ); apoio (ponto fixo), chamado pivô (  $O$  ); e saída, onde está aplicada a força resistente ( $F_r$ ).

[CARRON, 2004 a.]

Em geral, a posição do ponto de apoio determina se a alavanca é multiplicadora de força ou de movimento. Assim temos:

- ➔ Se o ponto de apoio estiver mais próximo do ponto de entrada que do ponto de saída, a alavanca é multiplicadora de movimento;
- ➔ Se o ponto de apoio estiver mais próximo do ponto de saída que do ponto de entrada, a alavanca é multiplicadora de força.

[CARRON, 2004 a.]

Em várias ferramentas de trabalhos encontramos exemplos de alavancas multiplicadoras de forças como: alicates, quebra nozes, carrinho de mão, carrinho industrial, abridor de garrafas, tesoura, alicate de cortar piso (torquejo) e outras.

No mundo animal, encontra-se várias espécies que utilizam as pernas como alavancas multiplicadoras de movimento. Como exemplo cangurus e gafanhotos. Usando esses dois tipos de alavanca multiplicadora de força ou de movimento, podemos fazer uma comparação interessante entre os répteis e os mamíferos.

Os répteis, normalmente dotados de membros mais curtos que os dos mamíferos, são dotados de grande força, embora isso venha acompanhado de menor velocidade. Já os mamíferos, por sua vez, devido aos membros mais compridos, desenvolvem maior velocidade, mas perdem em força. [ CARRON, 2004 a ]

Para tratarmos melhor de alavancas vamos definir o que chamamos de vantagem ou poder de multiplicação.

Chamamos de vantagem ou poder de multiplicação( $\beta$ ) à relação entre a intensidade da força obtida com o arranjo mecânico( $F_r$ ) e a intensidade da força que o operador aplica( $F_P$ ) .

**Equação 6**

$$\beta = F_r / F_P$$

Para a classificação das alavancas vamos desconsiderar seu peso próprio, mesmo porque, normalmente, o peso da alavanca é de fato desprezível em relação às outras forças que estão agindo

Podemos classificar as alavancas em: interfixa, inter-resistente e interpotente.

#### **Alavanca interfixa:**

Alavanca interfixa pode ser multiplicadora de força ou de movimento, em ambos os casos o pivô localiza-se entre os pontos de entrada e de saída.

Na figura 35 temos uma alavanca interfixa multiplicadora de força:

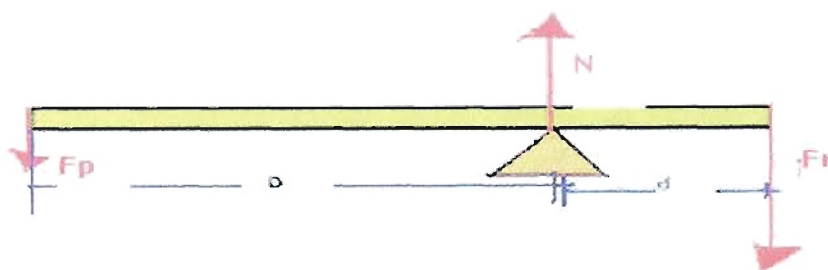


Figura 35 alavanca interfixa

Verificamos que a força que o operador aplica é dirigida para baixo, a força no pivô (que se encontra entre a aplicação da força potente e a força resistente) é orientada para cima, tendo um arranjo que nos permite conseguir uma força orientada para baixo.

Usando as condições de equilíbrio temos:

Para translação:  $\sum F=0, \Rightarrow N=F_p+F_r$ ,

Essa condição nos mostra que a força no pivô é a de maior intensidade. Por esta razão o ponto de apoio da alavanca deve ser bastante resistente, pois é o ponto sujeito a maior esforço. [CARRON,2004 b ]

Para rotação:  $\sum \zeta=0, \Rightarrow F_p \cdot D-F_r \cdot d=0, F_r/F_p=D/d=\beta$ .

Desta forma determinamos a vantagem, que pode ser maior que 1 se  $D>d$ , neste caso teremos uma alavanca multiplicadora de força como a figura, ou podemos ter  $\beta<1$ , se  $D<d$ , tendo uma alavanca multiplicadora de movimento.

Alguns exemplos de alavancas interfixas presentes no nosso dia - dia são alicates, tesoura, carrinho industrial.

A nossa cabeça é uma alavanca interfixa quando a inclinamos para trás ou para frente. O peso da cabeça é a força resistente; a força potente é exercida pelos músculos do pescoço. A articulação da cabeça com a coluna vertebral define o ponto de apoio.

[RAMALHO, 1999]

#### Alavanca inter-resistente:

Esse tipo de alavanca é sempre multiplicadora de força. Observe a figura:

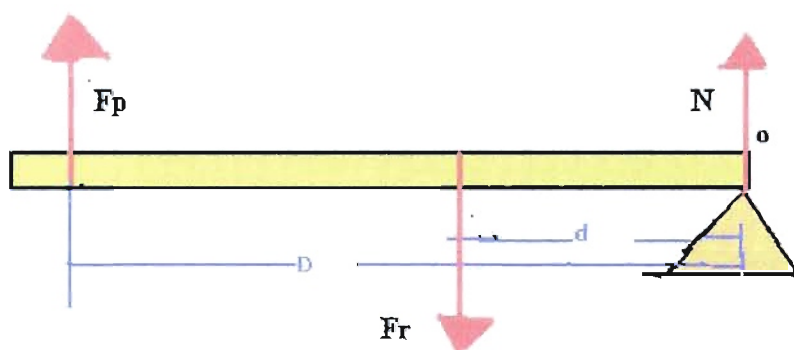


Figura 36 - alavanca inter-resistente

Verificamos que a força que o operador aplica ( $F_p$ ) é dirigida para cima, à força no pivô é orientada para cima, sendo que agora, o mesmo encontra-se em uma das extremidades do corpo rígido, tendo um arranjo que nos permite conseguir uma força ( $F_r$ ) orientada para baixo de maior intensidade que a aplicada, com a ressalva de que esta agora se encontra em um ponto intermediário.

Usando as condições de equilíbrio temos:

Para translação:  $\sum F = 0, \Rightarrow F_r = N + F_p,$

essa condição nos permite perceber que a força resistente neste caso sempre será maior que a força potente.

Na rotação:  $\sum \zeta = 0, \Rightarrow F_r \cdot d - F_p \cdot D = 0, F_r/F_p = D/d = \beta$ , como  $F_r > F_p$ , temos  $D > d, \beta > 1$

o que prova o que falamos logo no início: esse tipo de alavanca é sempre multiplicadora de força.

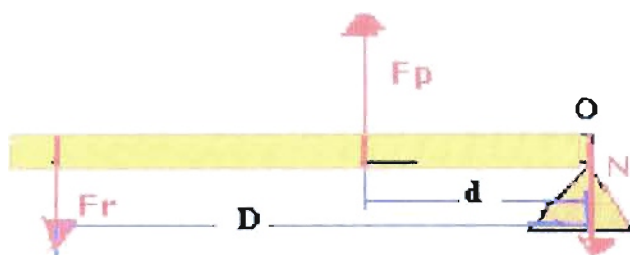
Alguns exemplos de alavancas inter-resistentes presentes no nosso dia - dia são quebra-nozes, abridor de garrafas, carrinho de mão.

O nosso pé é uma alavanca inter-resistente quando estamos erguendo o corpo, ficando na ponta do pé. O peso do nosso corpo, transmitido através dos ossos da tibia e perônio, é a força resistente; a força potente é exercida pelos músculos gêmeos, que formam a barriga da perna. Esses músculos prendem-se ao calcanhar pelo tendão de Aquiles. O ponto de apoio é a ponta do pé. [RAMALHO, 1999.]

#### **Alavanca interpotente:**

Esse tipo de alavanca é sempre multiplicadora de movimento.

Observe a figura:



*Figura 37 alavanca interpotente*

Na translação:  $\sum F = 0, \Rightarrow F_p = N + F_r$ ,



Essa condição nos permite perceber que a força resistente neste caso sempre será menor que a força potente.

Na rotação:  $\sum \zeta = 0 \Rightarrow F_r \cdot D - F_p \cdot d = 0$ ,  $F_r/F_p = d/D = \beta$ , como  $F_p > F_r$ , temos  $d > D$ ,  $\beta < 1$

O que prova o que falamos logo no início: esse tipo de alavanca é sempre multiplicadora de movimento

Alguns exemplos de alavancas interpotentes presentes no nosso dia – dia são: pinça, o nosso antebraço.

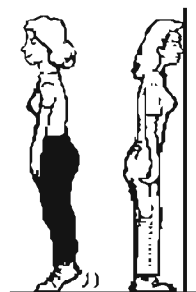
O nosso antebraço é uma alavanca interpotente, uma vez que seguramos algo em nossas mãos com o antebraço flexionado, a força potente é exercida pelo bíceps, o ponto de apoio é o cotovelo e a força resistente é o peso do objeto que seguramos. [RAMALHO, 1999]

Esse mecanismo de funcionamento nos permite realizar uma série de exercícios físicos com o antebraço, malharmos e outros, já que a alavanca interpotente funciona como multiplicadora de movimento.

### 3.3.14 Tornando a aula mais interessante

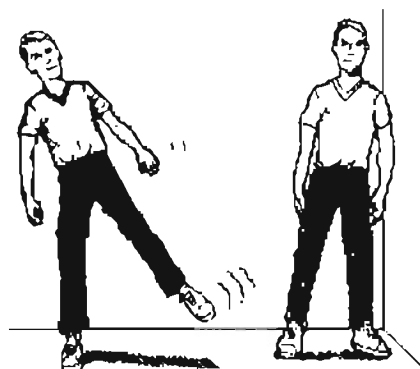
Para finalizarmos a primeira parte desse assunto propusemos uma série de experiências envolvendo apenas o próprio corpo.

#### *Experimento 1*



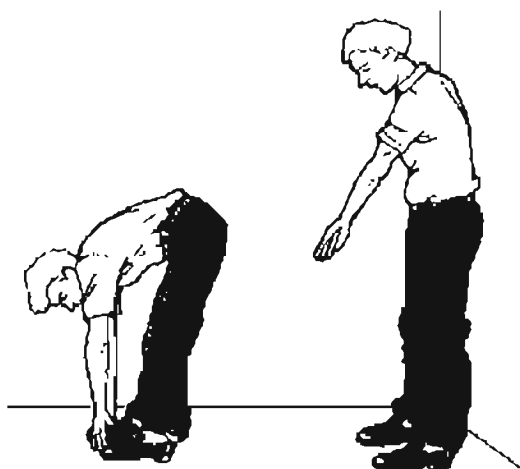
*Figura 38a - Fique de pé bem junto a uma parede, tente levantar os calcanhares e se manter desse jeito. Você vai ver que não consegue.*

### Experimento 2



*Figura 38b - Encoste o ombro em uma parede, tente levantar a perna mais afastada e se manter nessa posição.*

### Experimento 3



*Figura 38c - Tocar os pés com as mãos sem dobrar os joelhos é fácil para quem está em forma. Mas tente fazer isso com o corpo junto a uma parede*

Em todas as experiências, está presente o fato de que o equilíbrio exige um deslocamento do corpo que mantenha a vertical passando pelo centro de gravidade e pela base de apoio do corpo. Por exemplo, quando uma pessoa toca os pés com as mãos sem dobrar os joelhos, a parte traseira do corpo tem de se deslocar para trás. Só dessa forma mantém-se a vertical que passa pelo Centro de Gravidade passando pela base dos pés. [[www.fisica.ufc.br/mec1.htm](http://www.fisica.ufc.br/mec1.htm), 2004]

Mesmo quem tem um grande domínio do seu próprio corpo, como as ginastas, não pode vencer as condições físicas para conseguir o equilíbrio e realizar o que propomos nas experiências que aos nossos olhos parece simples, sendo assim, as ginastas não são pessoas que parecem desafiar a física e realizar coisas impossíveis, mas utilizam a mesma para facilitar seu trabalho e o fazem depois de muito treino, isso ficará mais claro na próxima aula.

### 3.4 - 3ª AULA

#### 3.4.1 introdução

A maneira de proceder e os objetivos de cada etapa são os mesmos da primeira aula e da segunda aula, com a ressalva de que agora não só introduzimos novos conceitos, mais aprofundamos alguns já trabalhados

Até aqui viemos lançando vários conceitos que nos permitiram realizar o estudo de equilíbrio, no entanto nesta aula propomos um estudo bem mais aprofundado e com algumas propostas que ainda não se encontram presentes na maioria dos materiais didáticos para o Ensino Médio, na abordagem do assunto equilíbrio. Conceituamos as grandezas angulares em comparação com algumas grandezas lineares já estudadas como: Força vs Torque; Inércia vs momento de inércia; Momento linear vs Momento angular. Uma observação deve ser feita, pois no caso de torque conhecemos o conceito e trabalhamos a relação módulo, mas não tínhamos dado a essa grandeza a interpretação vetorial que lhe é própria e evitada pelos livros didáticos de Ensino Médio. Nesta aula falamos dos tipos de equilíbrio, discutimos a estabilidade do mesmo, além de falarmos em equilíbrio dinâmico.

#### 3.4.2 Comparação das grandezas angulares com as lineares

Durante esta seção comparamos as grandezas angulares com as grandezas lineares conhecidas. Foi importante o fato dos alunos já estarem familiarizados com os conceitos de Momento Linear, Segunda e Terceira Leis de Newton, além de conhecer bem as forças que atuam na natureza e as grandezas angulares tratadas no âmbito da cinemática angular.

#### 3.4.3 Chamando a atenção do aluno

Propusemos três perguntas de situações práticas que envolveram os conceitos trabalhados, visando perceber se os alunos conseguiam, por si só, estabelecer uma conexão

entre as grandezas lineares já trabalhadas e as angulares a serem trabalhadas, como inércia-momento de inércia e outros.

- 1) Você saberia explicar porque um equilibrista de circo anda sobre o fio segurando barras compridas? Justifique.
- 2) Porque uma atleta de patinação do gelo numa exibição de olimpíada, enquanto patina o faz de braços abertos, e quando pretende dar um salto girando, o faz de braços fechados próximo ao corpo e não estendido? Justifique.
- 3) Considere o ato de equilibrar um martelo de pé na ponta do dedo. Se a cabeça do martelo for pesada e o cabo for comprido, seria mais fácil equilibrá-lo no dedo com a cabeça no alto, ou da outra maneira, com a cabeça do martelo sobre a ponta do dedo e o cabo no alto? Justifique. [HEWITT, 2002]

#### 3.4.4 Explicações ou hipóteses formuladas pelos alunos

Resposta 1: - “Com certeza deve facilitar o equilíbrio, mas não sei como.”

Resposta 2: - “ Para aumentar a sua velocidade, mas não sei como e nem por que.”

- “Para saltar mais alto, mas não sei como e nem por que”.

Resposta 3: - “ Com a cabeça no dedo, mas não sei por que ”

- “Com o cabo no dedo, porque é mais difícil de rodar”.

### 3.4.5 Força vs Torque ; Inércia vs momento de inércia: Momento linear vs Momento angular - Fundamentação teórica

Logo no início do nosso estudo de equilíbrio estudamos o conceito de inércia como sendo a tendência natural de um corpo manter-se em movimento retilíneo uniforme ou em repouso, na ausência de forças, também associamos a massa à medida da mesma grandeza, verificando, portanto que este conceito se aplica em caso de translação.

Podemos a partir daí lançar um questionamento: será que podemos pensar de maneira semelhante no caso de rotação? Existiria uma grandeza semelhante à inércia?

A resposta é sim para as duas perguntas. Vamos responder esse questionamento e ao mesmo tempo responder a primeira pergunta da seção 3.4.3.

Ao começar a se mover, o equilibrista percebe que o fio começa a querer rodar, para evitar que ocorra rotação do fio o equilibrista busca manter seu equilíbrio esticando a barra comprida para dificultar a tendência de giro e manter-se em pé. Dificultar a tendência de giro é a mesma coisa que se manter do jeito que estava antes de começar a andar, ou seja, sem giro.

Manter seu estado de giro (repouso ou giro constante) é o que chamamos de inércia rotacional, ou momento de inércia.

O momento de inércia depende da distribuição de massa em relação ao eixo de rotação e apresenta menor valor para um eixo passando pelo centro de massa do corpo. Assim uma roda gira mais fácil quando o eixo de rotação passa pelo centro de massa do que se passasse por qualquer outro ponto. [CARRON, 2004b]

O dito acima nos permite perceber que o momento de inércia depende de duas grandezas: massa e raio de giração, sendo diretamente proporcional a essas. Com isso podemos entender como o equilibrista sobre o fio mantém seu estado de rotação ao segurar a barra esticada. Como o momento de inércia depende da massa e do raio de giração,

aumentando-se o máximo o raio de giração, para que o momento de inércia aumente, o equilibrista mantém-se em equilíbrio sobre o fio.

Podemos responder também a terceira pergunta da seguinte forma: O dedo deve estar no cabo para termos a parte de maior massa mais afastada e com isso aumentarmos o momento de inércia do martelo (a dificuldade deste rodar).

Os conceitos de inércia e momento de inércia são bem parecidos, pois ambos são as tendências de manter o estado de translação ou de rotação, com a ressalva de que a inércia é medida pela massa e o momento de inércia pela massa e raio de giração

Da mesma forma que encontramos uma aproximação dos conceitos de inércia-momento de inércia, podemos encontrar uma aproximação entre os conceitos de momento linear e momento angular.

O momento linear é definido pelo produto da massa pela velocidade linear, o momento angular é definido pelo produto das grandezas equivalentes angulares. Já vimos que o equivalente angular da massa (medida da inércia) é o momento de inércia e o equivalente angular da velocidade linear é a velocidade angular, sendo assim temos que o momento angular ( $L$ ) é:

**Equação 7**

$$L = I \omega$$

Da mesma forma que encontramos uma aproximação dos conceitos de inércia - momento de inércia, podemos encontrar uma aproximação entre os conceitos de força e torque

A força aplicada em um corpo serve para alterar o estado de translação do mesmo, o torque aplicado em um corpo serve para alterar o estado de rotação do mesmo, ou ainda

podemos ver sobre o seguinte âmbito: uma força modifica o momento linear de um corpo (a Segunda Lei de Newton  $\mathbf{F} = \Delta \mathbf{P} / \Delta t$ ), e o torque serve para modificar o momento angular de um corpo, com isso podemos escrever a equação abaixo:

#### Equação 8

$$\zeta = \Delta L / \Delta t$$

Esta equação é chamada por muitos livros de versão angular da Segunda Lei de Newton.

Manipulando, a Segunda Lei de Newton  $\mathbf{F} = \Delta \mathbf{P} / \Delta t$ , para o caso de ausência de resultante de forças externas,  $\mathbf{F} = 0$ , temos:

$$\mathbf{F} = \Delta \mathbf{P} / \Delta t = 0 \Rightarrow \Delta \mathbf{P} = 0, \text{ isto é } \mathbf{P} = \mathbf{P}_0$$

(com o intervalo de tempo sendo diferente de zero)

De maneira análoga podemos proceder com a versão angular da Segunda Lei de Newton:

$$\zeta = 0 \text{ ( torque resultante igual a zero), } \Delta L / \Delta t = 0 \Rightarrow \Delta L = 0$$

#### Equação 9

$$\mathbf{L} = \mathbf{L}_0$$

(com o intervalo de tempo sendo diferente de zero)



A equação acima nos mostra a conservação do momento angular. Com isso podemos responder a segunda pergunta da seção 3.4.3 Para que o momento angular do atleta de patinação se conserve temos:

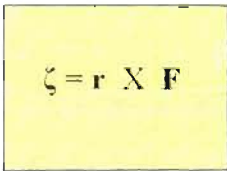
$$L=L_0 \Rightarrow I \cdot \omega = I_0 \cdot \omega_0$$

Antes do atleta patinador girar, o momento de inércia do mesmo que está com os braços abertos (um grande raio de giração) é grande e apresenta uma baixa velocidade angular. Ao fechar os braços diminuindo o momento de inércia, para conservar o momento angular aparece uma compensação aumentando a velocidade angular. O atleta sabe usar muito bem este fato para realizar suas acrobacias.

Na segunda aula definimos o torque de um corpo rígido girando em torno de um eixo fixo, mas não demos a esta grandeza sua interpretação vetorial, vamos agora redefinir torque, mas para uma partícula que se move ao longo de qualquer trajetória em relação a um ponto fixo. Não estenderemos esta definição a um corpo rígido, pois necessitaríamos de ferramentas de nível superior.

O torque que atua em uma partícula em relação a um ponto fixo  $O$  é uma grandeza vetorial definida como:

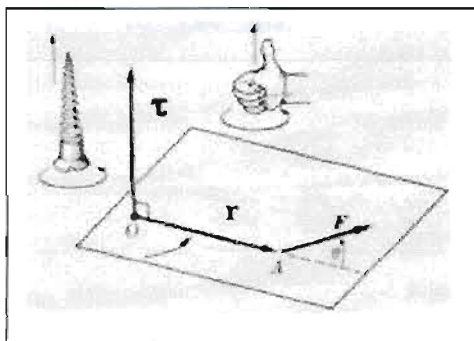
**Equação 10**



$$\zeta = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$$

A equação acima nos mostra que o torque é dado pelo produto vetorial entre  $\mathbf{r}$  (vetor posição) e a força  $\mathbf{F}$ .

Para realizarmos esta operação com vetores iremos utilizar a regra da mão direita, segundo a figura 39:



*Figura 39 - O torque é representado por um vetor perpendicular tanto a  $r$  como a  $F$ ; isto é, o torque é um vetor perpendicular a um plano paralelo a  $r$  e a  $F$  e cujo sentido é dado pelo avanço de um parafuso de rosca direita que gira no mesmo sentido que a rotação produzida por  $F$  em torno de  $O$  (gira de  $r$  para  $F$ ). [ALONSO, 1972.]*

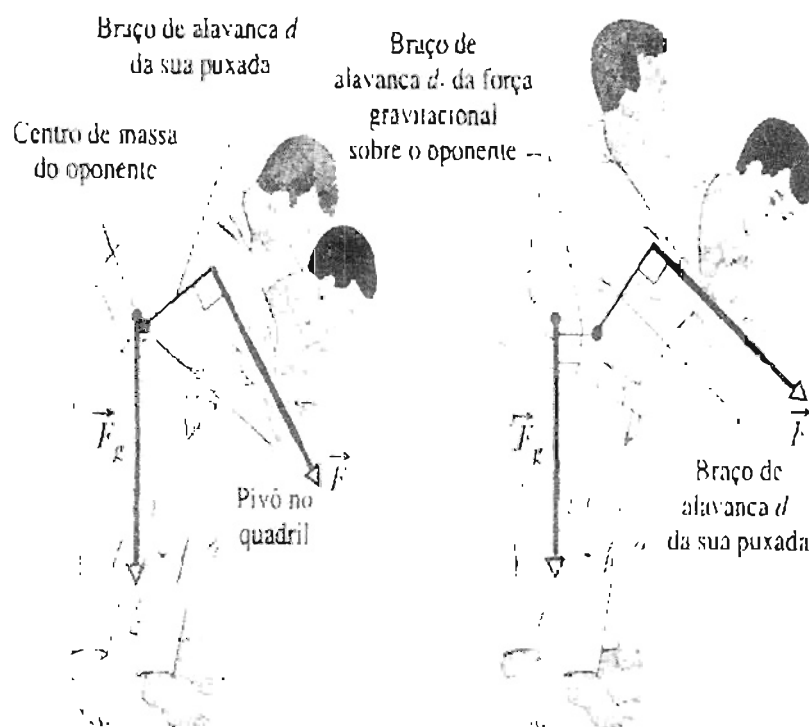
A intensidade do torque é dada pela equação 3.

Para melhor ilustrar, resolvemos os seguintes problemas:

#### **Problema 1:**

Em Judô, um lutador mais fraco e menor que entende física pode derrotar um lutador mais forte e maior. Prova disso é o golpe básico da “derrubada pelos quadris”, no qual um lutador gira seu oponente ao redor do seu quadril e joga o oponente no tatame. Sem o uso adequado da física, o golpe exige uma força considerável e pode não dar certo.

Para derrubar um oponente de 80kg com um golpe básico de judô, uma derrubada pelos quadris, você deve puxar o quimono dele com uma força  $F$  tendo um braço de alavanca  $d_1=0,30$  m medido a partir de um ponto de giro ou pivô (eixo de rotação) no lado direito do seu quadril, de acordo com a figura da página seguinte. Sua intensão é rodá-lo em torno do ponto de giro com uma aceleração angular de  $-6,0 \text{ rad/s}^2$ , ou seja, com uma aceleração angular no sentido horário. Suponha que a inércia à rotação ou momento de inércia  $I$  do seu oponente relativo ao ponto de giro, seja igual a  $15 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .



[HALLIDAY, 2002. ]

a) Qual deve ser a intensidade de  $F$  se antes de derrubá-lo, você dobrar seu oponente para frente, trazendo o centro de massa dele para seu quadril?

b) Qual deve ser a intensidade da força  $F$  se o seu oponente permanecer de pé antes de você derrubá-lo, de modo que  $F_g$  tenha um braço de alavanca  $d_2=0,12\text{m}$  medido a partir do ponto de giro?

[HALLIDAY, 2002. ]

a) Podemos usar a versão da Segunda Lei de Newton para rotação:

$\zeta = \Delta L / \Delta T$ , mas  $\Delta L = L - L_0 = I\omega - I\omega_0$ , sendo a velocidade angular inicial igual a zero, temos:  
 $\zeta = I\omega / \Delta T$ , ou seja:  $\zeta = I\alpha$ .

As forças que atuam sobre o oponente quando os pés do mesmo saem do chão são: Normal (exercida sobre o oponente no ponto de giro ( seu centro de massa) e, o peso do oponente que se encontra próximo ao ponto de giro e a força  $F$ . Logo, apenas a força  $F$  produz torque, pois as demais estão no ponto de giro. Com isso temos que:  $\zeta = I\alpha$ , e além disso a intensidade do torque é dada pelo produto da força pelo braço da alavanca, sendo assim temos:

$$-d_1 F = I\alpha, \text{ o que nos permite chegar a } F = 300\text{N}$$

b) podemos aplicar o mesmo raciocínio, mas agora o peso do oponente realiza um torque de intensidade dada pelo produto da força pelo braço da alavanca, igual a  $d_2 mg$ , então:

$$-d_1 F + d_2 mg = I\alpha, \text{ o que nos permite chegar a } F = 610\text{N}$$

Os resultados indicam que você terá que puxar com uma força bem maior se não dobrar inicialmente seu oponente para trazer o centro de massa dele para junto do quadril

[HALLIDAY, 2002.]

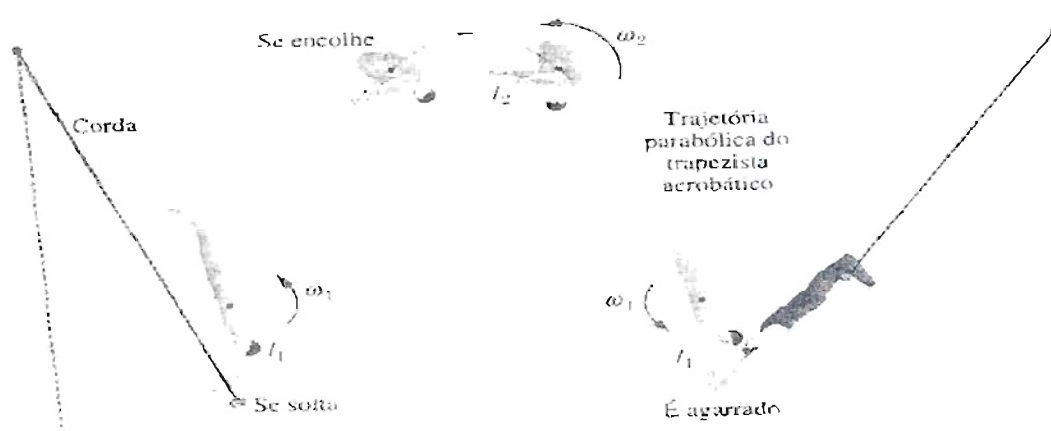
### Problema 2:

Em 1897, um trapezista acrobático europeu deu o primeiro salto mortal triplo durante o voo, partindo de um trapézio em balanço até chegar às mãos de um parceiro. Nos 85 anos seguintes tentaram completar um salto mortal quádruplo sem sucesso, até que, em 1982, ele foi realizado diante de uma platéia por Miguel Vazquez, do Ringling Bros. and Barnum & Bailey Circus, girando seu corpo em quatro círculos completos no meio do ar antes de seu irmão Juan agarrá-lo. Que aspecto da física tornou esse feito possível?

[HALLIDAY, 2002.]

A resposta é conservação do momento angular

Miguel realizou um salto mortal quádruplo em direção ao seu parceiro em um tempo  $t = 1,87$  s. No primeiro e o último quarto de volta ele está com o corpo esticado. Como mostra a figura abaixo. Com inércia à rotação  $I_1 = 19,9 \text{ kg.m}^2$  ao redor do seu centro de massa (ponto O). Durante o resto do vôo ele está em uma posição bem encolhida (grupada) com inércia à rotação  $I_2 = 3,93 \text{ kg.m}^2$ . Qual deve ser a sua velocidade angular  $\omega_2$  ao redor do seu centro de massa durante a fase em que encolhe o corpo?



Solução: Obviamente ele deve girar suficientemente rápido para completar as quatro voltas necessárias para o salto mortal quádruplo em 1,87s disponível. Para fazê-lo, ele aumenta a sua velocidade angular para  $\omega_2$  encolhendo-se. Podemos relacionar  $\omega_2$  à sua velocidade angular inicial  $\omega_1$  com isto a sua quantidade de movimento angular (momento angular) em torno do seu centro de massa se conserva durante todo o vôo livre, pois não há nenhum torque externo resultante. Podemos escrever a conservação da quantidade de movimento angular ( $L_1=L_2$ ) como:

$$I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2$$

Uma segunda idéia fundamental é que estas velocidades angulares estão relacionadas com os ângulos que ele deve girar e com o tempo disponível para fazê-lo. No início e no final, ele deve girar na posição esticada para um ângulo total de  $\theta_1 = 0,500$  volta (dois quartos de volta) em um tempo que chamaremos de  $t_1$ . Na posição encolhida, ele deve girar um ângulo de ( $\theta_2 = 3,50$  voltas em um tempo  $t_2$ .).

$$t_1 = \theta_1 / \omega_1 \text{ e } t_2 = \theta_2 / \omega_2$$

Assim, o tempo total de voo do trapezista é:

$$t = t_1 + t_2 = \theta_1 / \omega_1 + \theta_2 / \omega_2$$

que sabemos que é igual a 1,87 s. Substituindo agora  $\omega_1$  da nossa primeira equação chega-se a:

$$t = \theta_1 I_1 / \omega_2 I_2 + \theta_2 / \omega_2 = 1 / \omega_2 [\theta_1 I_1 / I_2 + \theta_2]$$

Inserindo os valores conhecidos. Obtemos:

$$\omega_2 = 3,23 \text{ voltas/s.}$$

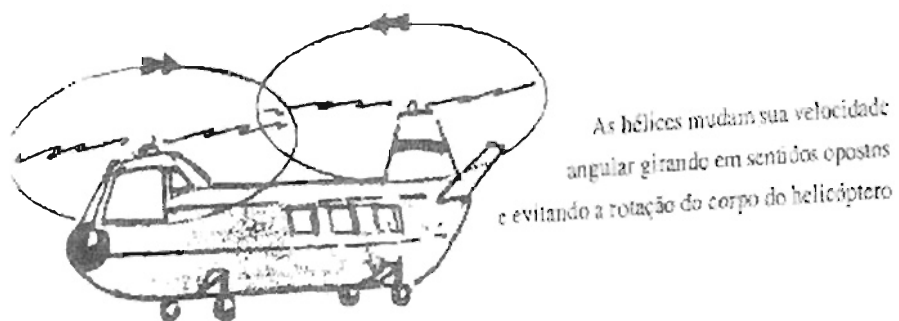
Esta velocidade angular é tão rápida que o trapezista não consegue ver claramente o que se passa à sua volta ou corrigir sua rotação ajustando o seu encolhimento.

[HALLIDAY, 2002.]

### Problema 3:

Para trabalharmos o caráter vetorial do torque estudamos um helicóptero com dois rotores girando em sentidos contrários:

Neste helicóptero os dois rotores e conseqüentemente as duas hélices começam a girar em sentidos contrários, embora ambas empurrem o ar para baixo, segundo a figura abaixo:

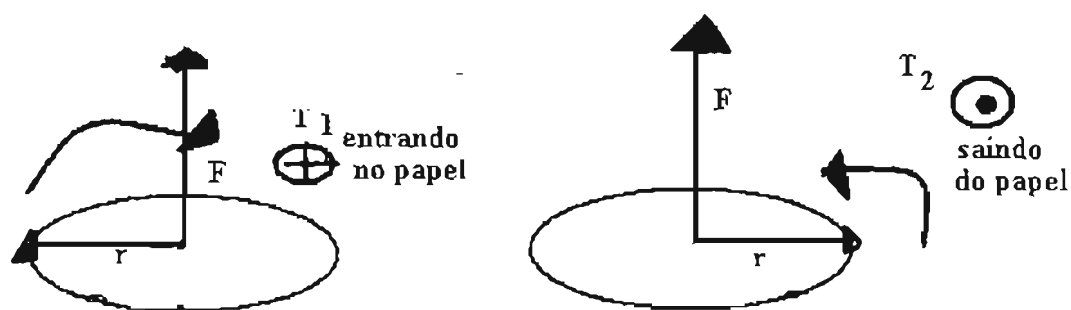


Discuta o equilíbrio deste helicóptero.

Os torques produzidos por forças propulsoras de mesma intensidade nas duas hélices provocam uma variação do momento angular das hélices.

Como os torques sempre aparecem aos pares, no corpo do helicóptero surge um torque  $T_1$  devido ao giro da hélice 1 e um torque  $T_2$  devido ao giro da hélice 2. Os torques  $T_1$  e  $T_2$  se anulam mantendo o helicóptero em equilíbrio. [GREF, 1990]

Observe a figura abaixo mostrando como obtemos esses torques através da regra da mão direita.



### 3.4.6 Tornando a aula mais interessante

Realizamos uma experiência para trabalhar o conceito de conservação do momento angular

Utilizamos uma cadeira giratória de escritório. Os alunos recebem dois halteres e a princípio devem manter os braços esticados. O professor gira a cadeira. O aluno sentado deve encolher os braços colocando as mãos no peito, aumentando a sua velocidade. Ao tornar a abrir os braços, a cadeira diminui a sua velocidade.



*Foto 2 -*



*Foto 3*

*Tirudus na Exposição da Casa da Ciência(CT-UFRJ, nov 2004)*

### 3.4.7. Tipos de equilíbrio

Discutimos nesta seção a estabilidade de um corpo, e os tipos de equilíbrio. Com isso somos capazes de entender, por exemplo, como funciona o João teimoso (boneco que tentamos derrubar, mas não conseguimos, pois o mesmo sempre volta à posição inicial).



### 3.4.8. Chamando a atenção do aluno

Os alunos realizaram a experiência abaixo:

Material:

Papel cartão branco, Fita adesiva, Barbante, Tesoura.

Duas moedas de 50 centavos.

Procedimentos:

- 1- Reproduzir a figura do anexo II, no papel cartão.
- Em tamanho natural.
- 2- Prender o barbante em dois suportes deixando esticado.
- 3- Apoiar o palhaço no barbante, pela pequena ranhura do nariz e observar o que acontece com o palhaço.

- 4- Prender com fita adesiva, uma moeda na extremidade de cada um dos braços do palhaço.
- 5- Apoiar novamente o palhaço no barbante, pela mesma ranhura do nariz e observar o que acontece.

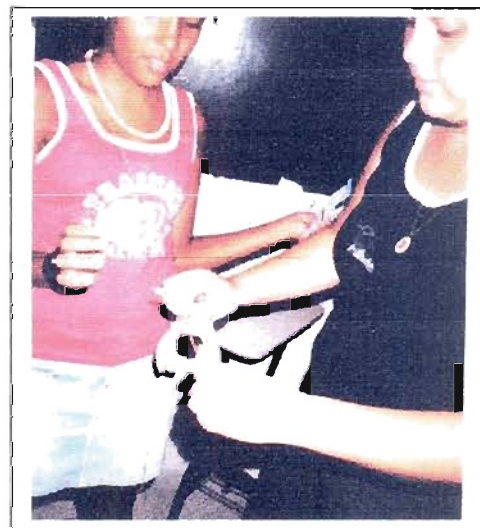
Realizados estes procedimentos. Pediu-se ao aluno que explicasse o que foi observado.



*Figura 40 - palhaço equilibrista*



← Foto4  
Foto5 →  
*Experiência montada pelos alunos do palhaço equilibrista. Na figura 4 eles não conseguiram equilibrar o palhaço. Na figura 5, com as moedas coladas nos braços, conseguiram.*



*das nos braços do palhaço, o equilíbrio foi alcançado.*

#### 3.4.9 Explicações ou hipóteses formuladas pelos alunos

- “Sem as moedas não conseguimos equilibrar o palhaço, pois a maioria de sua massa estava acima do nariz (apoio), fazendo o palhaço girar e cair.”

- “Com as moedas o palhaço ficou equilibrado, acredito que seja por ter a maior quantidade de massa abaixo do nariz (apoio).”

#### 3.4.10 Tipos de equilíbrio- fundamentação teórica

Até agora dizemos que um corpo está ou não em equilíbrio, mas não dizemos qual o tipo de equilíbrio.

Podemos classificar o equilíbrio de um corpo em equilíbrio estável, instável e indiferente.

O equilíbrio estável ocorre quando os torques ou as forças provocadas por um pequeno deslocamento do corpo atuam de modo a fazer o corpo retornar à posição de equilíbrio

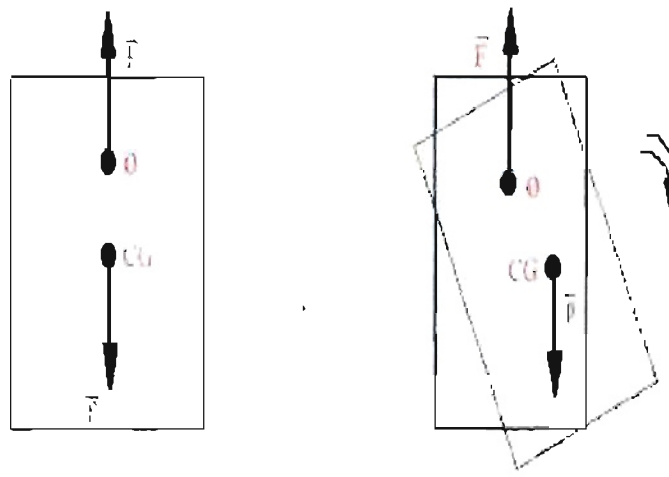
O equilíbrio instável ocorre quando as forças, ou torques que aparecem com um pequeno deslocamento do corpo, em relação à posição de equilíbrio, provocam um afastamento ainda maior do corpo em relação à posição de equilíbrio.

O equilíbrio é indiferente ocorre quando não há torque ou força que tenda a restaurar a posição original, ou tenda a afastar o corpo da posição original.

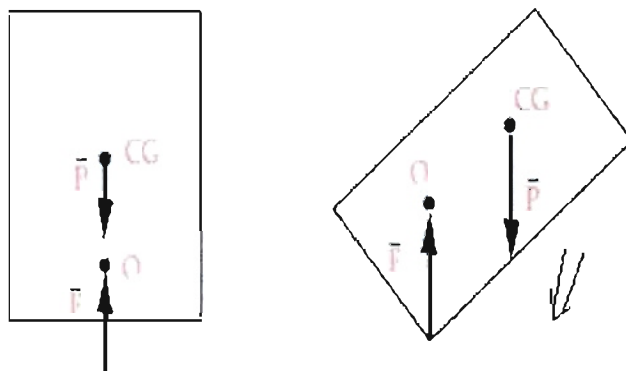
[TIPLER, 1995]

Podemos tratar ainda os tipos de equilíbrio estável, instável e indiferente da seguinte forma:

Considere que uma placa de centro de gravidade CG seja suspensa pelo ponto O. Na posição de equilíbrio, as forças que agem na placa são o peso  $P$ , aplicado no centro de gravidade CG, e a força de suspensão  $F$ , aplicado em O. Nestas condições,  $F$  e  $P$  devem ser opostas. Para isto, o ponto de suspensão O e o centro de gravidade CG devem ser suspensos à mesma reta vertical.



*Figura 41 - Deslocando-se ligeiramente a placa da posição de equilíbrio, girando-a em torno de O e abandonando-a em seguida, ela tende a retornar à posição original. O peso  $P$  tem momento em relação ao ponto de suspensão O, tendendo a restaurar a posição de equilíbrio. Neste caso dizemos que o equilíbrio é estável. No equilíbrio estável o centro de gravidade CG está abaixo do ponto de suspensão O. [www.eduquenet.net/equilibriocorpos.html, outubro 2004]*



*Figura 42- Se o centro de gravidade estiver acima do centro de suspensão o equilíbrio é instável. Deslocando-se ligeiramente a placa da posição de equilíbrio, girando-a em torno de O e abandonando-a, ela se afasta ainda mais da posição de equilíbrio. Neste caso o peso  $P$  tem momento em relação ao ponto de suspensão, fazendo com que a placa se afasta da posição de equilíbrio. [www.eduqenet.net/equilibriocorpos.html, outubro 2004]*

Quando o centro de gravidade coincide com o ponto de suspensão, o equilíbrio é indiferente, pois afastando a placa da posição de equilíbrio, girando-a em torno de O, ela permanece em equilíbrio na nova posição.

O João teimoso é um caso de equilíbrio estável, onde o centro de gravidade deste boneco encontra-se abaixo do ponto onde aplicamos a torção, próximo da base de areia. Empurramos o João teimoso e por esta razão ele volta para o lugar.

### 3.4.11 Tornando a aula mais interessante

Montamos o experimento abaixo visando verificar na prática os tipos de equilíbrio.

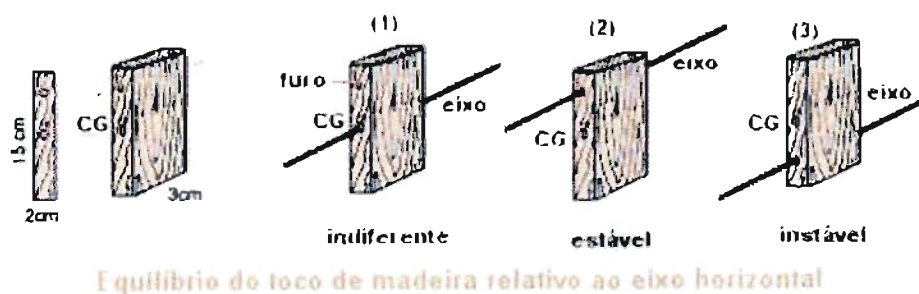


Figura 43 – Tipos de equilíbrio: uma placa de madeira com três furos na lateral, vazando de lado a lado. Um furo passa pelo centro de gravidade e os outros dois são feitos de maneira que um se encontre acima e outro abaixo do centro de gravidade. [ [http://www.feiradeciencias.com.br/sala06/06\\_05.asp](http://www.feiradeciencias.com.br/sala06/06_05.asp), novembro 2004]

### 3.4.12 Equilíbrio dinâmico

Um corpo rígido em movimento retilíneo (translação), ou em movimento curvilíneo (rotação) pode estar em equilíbrio?

A resposta desta pergunta se dará ao longo desta seção ao estudar equilíbrio dinâmico

### 3.4.13 Chamando a atenção do aluno

Realizamos duas perguntas:

1) Um avião a jato voa com a mesma rapidez numa rota horizontal e retilínea, duas forças agem sobre ele, na horizontal. Uma é o empuxo dos motores a jato que empurram o avião para frente. A outra é a força de resistência do ar, que atua na direção oposta. Qual delas é maior? O avião está em equilíbrio?

2) Uma barra comprida gira com velocidade angular constante. Qual é o torque resultante? A barra está em equilíbrio?

#### 3.4.14 Respostas dos alunos

Resposta 1: - “O empuxo é maior e o avião não está em equilíbrio, pois está em movimento.”

- “As duas são iguais e o avião está em equilíbrio dinâmico.”

Resposta 2: - “0. Não, pois o movimento não é retilíneo e sim curvilíneo.”

-“0. Não, pois está em movimento.”

#### 3.4.15 Equilíbrio dinâmico - Fundamentação Teórica

Alguns alunos acham que o equilíbrio é sinônimo de repouso.

O repouso é apenas uma forma de equilíbrio. Um objeto que se mova com rapidez constante numa trajetória retilínea também se encontra em equilíbrio. Podemos entender equilíbrio então como sendo um estado em que não ocorrem mudanças.

A primeira lei de Newton estabelece que um objeto sob a influência de apenas uma única força não pode jamais estar em equilíbrio. A força resultante não poderia ser nula. Apenas quando duas ou mais forças atuam sobre o corpo é que pode haver equilíbrio.

Desta forma quando a resultante de forças sobre o corpo é nula o mesmo encontra-se em equilíbrio sendo este equilíbrio dinâmico se o ponto material estiver em movimento retilíneo e uniforme, esta condição é válida para translação.

Vamos tratar agora de um corpo rígido. O mesmo possui movimento de translação e de rotação. Para a translação a condição para que este esteja em equilíbrio dinâmico é a mesma que para ponto material, ou seja, que a resultante das forças que atuam sobre o corpo seja nula. Para rotação, a condição de equilíbrio é que o torque resultante seja nulo. Um corpo rígido em rotação uniforme, isto é, velocidade angular constante, encontra-se em equilíbrio dinâmico.

Resolvemos então as duas questões pendentes tanto do avião, quanto da barra, onde as duas estão em equilíbrio dinâmico, o avião um caso de translação e a barra um caso de rotação.

Podemos citar como exemplo prático do dia-dia de equilíbrio dinâmico de rotação o carrossel girando de forma uniforme ou CD Player.

#### 3.4.16 Tornando a aula mais interessante

Propusemos que os alunos realizassem o experimento a seguir.

O experimento consiste em observar o movimento de uma bolha criada em um tubo transparente preenchido com um líquido viscoso, quando este é deixado em repouso e com certa inclinação. Uma bolha nestas condições possui a curiosa (porém explicável) propriedade de se deslocar com velocidade constante.

Com dois tubos idênticos sobre o mesmo suporte, porém preenchidos com líquidos de diferentes viscosidades, é possível ainda fazer experimentos de “ultrapassagem” de objetos que se movem com velocidades constantes, porém diferentes.

Pedimos também que um aluno tentasse obter um movimento parecido com este apenas com bilhas dentro da mangueira sem líquido.

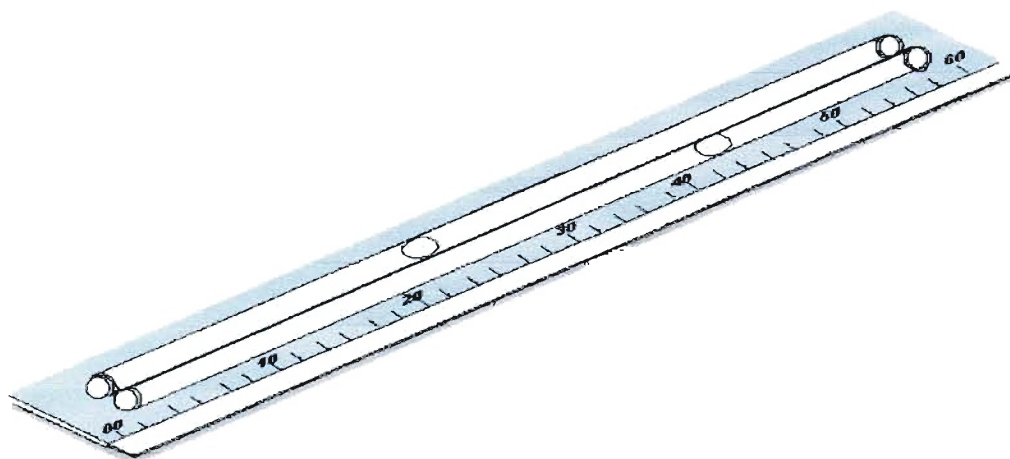


Figura 44- Projeto Experimentos de Física com Materiais do Dia-a-dia – UNESP/BauruWGO/FCL. [<http://www.fc.unesp.br/experimentos-de-fisica/>, ago 2004]

Esse experimento nos serviu para mostrarmos o movimento retilíneo uniforme, que dinamicamente é explicado pela Lei da Inércia, constituindo uma das condições de equilíbrio.

As forças que atuam na bolha, na direção do movimento, são: uma das componentes do seu peso num sentido e a força de viscosidade mais o empuxo atuando no sentido contrário. Depois de um curto tempo, como a viscosidade depende diretamente da velocidade, à medida que esta aumenta, devido a gravidade que atua sobre a bolha, a resistência também aumenta até que o somatório das forças se torna nulo. Neste momento passamos a ter equilíbrio dinâmico e velocidade de descida constante.

Os alunos mediram a velocidade média da bolinha cronometrando o tempo em diferentes trechos do tubo e constataram que a velocidade da bolha de ar era sempre a mesma para o mesmo líquido. Quando utilizaram líquidos diferentes puderam verificar diferentes velocidades, porém constantes nos seus respectivos tubos.

Ao tentar realizar a experiência com as bilhas sem líquido, os alunos perceberam que não foi possível obter movimento uniforme, pois o peso não estava sendo equilibrado.



Os alunos verificaram que o conceito de equilíbrio, no caso dinâmico, é semelhante ao do caso estático: no cabo de guerra se ambos puxam a corda com a mesma intensidade tendem a manter a situação que se encontravam antes de puxar e por isso ninguém sai do lugar, da mesma forma a bolha se move a uma certa velocidade, mas com a ausência de força resultante não pode ser acelerada, desta forma o equilíbrio neste caso é de manter a velocidade constante, por isso chamamos de equilíbrio dinâmico (movimento na ausência de forças e torques (não rotação da bolha)).

## 4- AVALIAÇÃO

Em uma visão mecanicista da educação, o professor com toda a autoridade, é o único dono do saber na sala de aula. Os alunos passivamente acatam suas verdades, bem como as dos livros didáticos adotados e das apostilas utilizadas, que devem ser reproduzidas nas provas.

O aluno passa nesse contexto a se preocupar única e exclusivamente com as notas. Como consequência desta preocupação, o aluno estuda apenas para obter resultados convenientes, para “passar de ano”.

Se mudarmos nossa concepção de educação, de mecanicista para sócio interacionista, passamos a ver o educando como sujeito da sua própria aprendizagem.

Os conceitos abordados pela concepção sócio interacionista modificam o papel do professor, que passa de transmissor do saber a mediador do processo de ensino aprendizagem. Fazem com que ele transforme seu trabalho na sala de aula, oferecendo atividades produtivas, desafiadoras. Aquelas em que os alunos tenham problemas a resolver, possam colocar em jogo todas as suas experiências e hipóteses sobre o assunto, precisem pensar e interagir com os companheiros.

Podemos ter uma avaliação tradicional (cujas bases são: preocupação com a objetividade dos resultados e dos instrumentos de medida: aspecto quantitativo; ênfase na avaliação do produto-conhecimento; pouca ou nenhuma participação dos sujeitos envolvidos no processo; preocupação com a aprovação ou reprovação), ou uma avaliação democrático-participativa (fundamentada nos aspectos qualitativos da educação, avaliação de todo processo e não apenas do produto, participação de todos os sujeitos envolvidos no processo educativo, preocupação com desenvolvimento e aprendizagem do aluno). [ROMEIRO, 2000.]

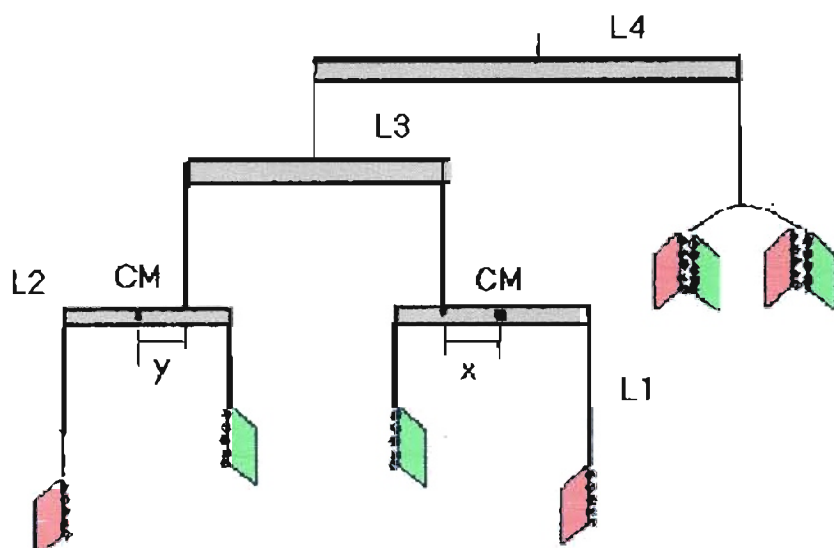
Segundo Libâneo, devemos pensar a avaliação como um processo, onde no início, verificam-se as condições prévias dos alunos de modo a prepará-los para o estudo da matéria nova; durante o processo de transmissão e assimilação é feito o acompanhamento do progresso do aluno, esclarecendo dúvidas e estimulando-os a continuarem trabalhando até que alcancem resultados positivos; no final de uma unidade didática, do bimestre ou do ano letivo avaliamos os resultados da aprendizagem [LIBÂNEO, 1992.]

Buscamos tratar a avaliação no nosso trabalho como um processo onde no início realizamos a função de investigar os conhecimentos prévios na etapa *chamando a atenção do aluno*. Durante a aula e a etapa *tornando a aula mais interessante*, buscamos o nível de aprendizagem dos alunos. Propusemos, no final da terceira aula, como avaliação da aprendizagem, a construção de um móbile, uma vez que se tratava de uma turma de vestibular comunitário. Nossa intenção foi avaliar a capacidade de aplicação dos conceitos de equilíbrio, centro de gravidade, torque e forças presentes no experimento, além de despertar as habilidades manuais de montagem. Pedimos que a montagem viesse acompanhada de roteiro explicativo.

Os alunos montaram um móbile usando os seguintes materiais.

- 4 barras de alumínio (conseguidas de graça na sobra de lojas de fabricação de janela).
- Fios de arame fino para amarrar os pesos na barra.
- 8 cadernos pequenos (4 finos e 4 grossos).

Os alunos montaram o seguinte modelo teórico para encontrar a correta posição de onde colocar os arames para manter as peças em equilíbrio estático



Os cadernos verdes eram mais grossos, e portanto, mais pesados do que os vermelhos.

Na barra 1 temos como condição de equilíbrio:

Seja  $M_{vr}$  = massa do caderno verde e  $M_{vm}$  = massa do caderno vermelho e  $M_b$  = massa da barra,  $T$  a tensão no fio:

$$M_{vr}g + M_{vm}g + M_bg = T$$

$$M_{vr}g \frac{L}{2} - M_{vm}g \frac{l}{2} + T \cdot x = 0$$

Medimos os valores:  $M_{vm}=45g$ ,  $M_{vr}=85g$ ,  $M_b=50g$ , assumindo  $g=10m/s^2$  e o tamanho da barra 1 era, 32 cm, encontramos  $x$ :

$$T_1 = 0,045 \cdot 10 + 0,085 \cdot 10 + 0,050 \cdot 10 = 0,45 + 0,85 + 0,50 = 1,80$$

$$0,45 \cdot \frac{32}{2} - 0,85 \cdot \frac{32}{2} + 1,80 \cdot x = 0$$

$$7,2 - 13,6 = -1,80x$$

$$-6,4 = -1,80x$$

$$x = 3,56 \text{ cm}$$

$x = 3,56 \text{ cm}$  (distância do fio ao centro de massa (do meio da barra 1)).

Na **barra 2** temos como condição de equilíbrio:

$$M_{vr} \cdot g + M_{vm} \cdot g + M_b \cdot g = T$$

$$-M_{vm} \cdot g \cdot \frac{L}{2} + M_{vr} \cdot g \cdot \frac{L}{2} - T \cdot y = 0$$

Medimos  $M_{vm} = 45 \text{ g}$ ,  $M_{vr} = 85 \text{ g}$ ,  $M_b = 47 \text{ g}$ , considerando  $g = 10 \text{ m/s}^2$  e o tamanho dessa barra 2 era:  $27,5 \text{ cm}$ .

Encontramos  $y$ :

$$T_2 = 0,045 \cdot 10 + 0,085 \cdot 10 + 0,052 \cdot 10 = 0,45 + 0,85 + 0,48 = 1,77$$

$$-0,45 \cdot \frac{27,5}{2} + 0,85 \cdot \frac{27,5}{2} - 1,77 \cdot y = 0$$

$$-6,1875 + 11,6875 = 1,77y$$

$$5,5 = 1,77y$$

$$y = 3,11 \text{ cm}$$

$y = 3,11 \text{ cm}$  (distância do fio ao centro de massa (meio da barra 2)).

?

.

A barra 3 suporta a barra 2 e a barra 1. Como em ambas as extremidades temos o mesmo peso (1 caderno verde + 1 caderno vermelho) a posição de equilíbrio é aproximadamente no meio da barra devido a diferença de peso das duas barras  $L_1$  e  $L_2$ .

Na barra 4 como o número de cadernos de um lado é igual ao do outro a posição de equilíbrio foi próximo do centro da barra. Pequenos ajustes foram feitos no final devido ao peso das barras.



*FOTO 6 : experimento realizado em sala de aula.*

## 5- CONCLUSÃO

Durante todo o nosso trabalho buscamos assegurar a aprendizagem dos conceitos chaves para o estudo de equilíbrio, dando ênfase à parte experimental e trabalhando com as equações sempre que necessário

O nosso objetivo não foi que os alunos conhecessem tudo de equilíbrio e nem a subordinação dos conteúdos que são cobrados no vestibular, mas buscamos contribuir para a formação do cidadão à medida que trabalhamos as habilidades de montagem e despertamos nos alunos o interesse pela pesquisa científica através da realização de experimentos com os quais aprenderam não só a montar, mas também a construir e desenvolver modelos teóricos, seja na etapa chamando a atenção do aluno, seja na etapa tornando a aula mais interessante. Trabalhamos teoricamente alguns assuntos (momento angular, momento de inércia, torque de maneira vetorial) que estão começando a ser tratado por alguns livros didáticos de Ensino Médio, [CARRON, 2004 b e GREEF, 1990] com o intuito de mantermos estes alunos atualizados com as novas tendências do Ensino Médio e permitir uma formação um pouco mais ampla.

Por trabalharmos com uma turma de pré-vestibular comunitário, onde os alunos são carentes e não receberam durante o Ensino Médio uma boa formação na disciplina de Física foi mais importante fundamentarmos bem a parte conceitual que trabalharmos excessivamente com exercícios preparatórios para o vestibular, uma vez que esses têm mais chance de conseguir a vaga aprendendo bem os conceitos que decorando uma grande quantidade de fórmulas e ênfase em exercícios de vestibular.

Conseguimos nossos objetivos à medida que os alunos demonstravam interesse e satisfação na realização dos experimentos físicos, motivação na montagem do móbil e na elaboração do modelo teórico do mesmo e solidariedade em ajudarem-se mutuamente nas atividades desenvolvidas, despertando o espírito coletivo. A visita a exposição, também foi aceita com muito entusiasmo, demonstrando interesse por parte dos alunos em aprenderem.

Antes de desenvolvermos nosso trabalho os alunos associavam movimento à presença de força, equilíbrio a repouso, não conheciam os conceitos de centro de massa, torque, as condições de equilíbrio, momento de inércia, momento angular e os tipos de equilíbrio. Com nosso trabalho os mesmos puderam conhecer e aprender os conceitos até então desconhecidos, e refazer os conhecimentos baseados no senso comum, passaram então a entender inércia como tendência natural de um corpo de manter-se em repouso ou movimento uniforme e equilíbrio como sendo um estado em que não ocorrem mudanças, compreendendo que existe equilíbrio estático e dinâmico, tudo isso de maneira descontraída através dos experimentos e da fundamentação teórica.

Vale ressaltar que mesmo com as dificuldades dos alunos por não terem tido uma boa formação em Física no Ensino Médio e dos mesmos apresentarem uma certa dificuldade em matemática, conseguiram desenvolver um modelo teórico bom para a construção do móbil, demonstrando que ocorreu de forma significativa à aprendizagem dos conteúdos trabalhados.

No que diz respeito ao cunho pedagógico atendemos as exigências dos PCNs de da LDB e estruturamos nosso trabalho respeitando a metodologia escolhida, onde as etapas tiveram os seguintes objetivos:

- Chamando a atenção do aluno foi a etapa em que expomos um problema físico podendo ser este uma pergunta ou um experimento, no qual o aluno observou, analisou as condições físicas propostas.
- Explicações ou hipóteses formuladas pelo aluno foi a etapa em que o aluno foi capaz de com suas palavras formular baseados no senso comum, ou conceitos científicos aprendidos anteriormente, podendo os mesmos ser a explicação para a situação física que lhes foi proposta, ou a formulação de alguma hipótese que em geral foi testada por um outro experimento num momento seguinte.
- Desenvolvimento da teoria foi a etapa em que o professor já tendo em mãos os elementos determinantes para o desenvolvimento do seu trabalho, conhecendo o



perfil do alunado, quais os pontos que deveriam ser reforçados, pôde desenvolver as teorias físicas utilizando experimentos, um pouco de história da física para situar os pensamentos dos alunos em algumas épocas.

- *Tornando a aula mais interessante* foi à etapa onde colocamos os alunos diante de situações experimentais que visaram tratar de assuntos trabalhados com os mesmos durante a etapa anterior, de maneira a aliviar possíveis tensões dos mesmos com relação à parte teórica, sendo para estes um momento de distração e para o professor um momento de revisar o que foi trabalhado com uma abordagem diferente.
- *Avaliação* foi a etapa final onde os alunos construíram um móbile utilizando-se dos conceitos adquiridos.

Ao longo deste trabalho desenvolvemos nossa metodologia baseada na pedagogia crítica.

*Os conteúdos são universais que se constituíram em domínios de conhecimentos relativamente autônomos, incorporados pela humanidade, mas permanentemente reavaliados face às realidades sócias. Essa maneira de conceber os conteúdos estabelece uma relação de continuidade em que progressivamente se passa da experiência imediata e desorganizada ao conhecimento sistematizado (os alunos ligam os conteúdos a experiência concreta); e de ruptura onde a uma ascensão a uma forma de elaboração superior, conseguida pelo aluno com a intervenção do professor (temos aqui elementos de análise crítica que proporcionam aos alunos superarem suas próprias experiências). [BARROS, 2004]*

Embora não possamos afirmar que houve uma aprendizagem significativa, constatamos o interesse, maior participação por parte dos alunos, demonstrada pelas incessantes perguntas e maior interação na sala de aula tanto com o professor como com os colegas. Alguns destes alunos estão fazendo o exame de seleção para as Universidades e esperamos que com um melhor embasamento teórico, proporcionado por esta metodologia, possam alcançar o sucesso.

## 6– BIBLIOGRAFIA

- ALONSO, Marcelo; FINN, Edward. *Um Curso de Física Universitário volume 1*. São Paulo: editora Edgard Blücher, 1972.
- BARROS, Dilse M. *Manual de estudos: Curso oficial*. Rio de Janeiro: editora Garfcon, 2004.
- BONJORNO, José Roberto; et al. *Física: história & cotidiano*. São Paulo: FTD, 2004
- CARRON, Wilson; GUIMARÃES, Osvaldo. *As faces da Física Volume único*. 2ed. São Paulo: editora moderna, 2004 b.
- CARRON, Wilson; GUTMARÃES, Osvaldo. *Física volume único*. 2. ed. São Paulo: editora moderna, 2004 a
- CRUZ, Daniel. *Ciências e Educação: Química e Física*. 26. ed. São Paulo: editora atual, 2001
- FERRARO, Nicolau Gilberto; SOARES, Paulo Antonio de Toledo. *Física Básica Volume único*. 2. ed. São Paulo atual editora, 2004.
- FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. *Mini Aurélio século XXI escolar: O mini dicionário da língua portuguesa*. 4. ed. Rio de Janeiro: editora Nova Fronteira, 2000.
- GREF. *Física I: Mecânica*. São Paulo: EDUSP, 1990.
- HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. *Fundamentos de Física 1* 6. ed. Rio de Janeiro: LTC editora, 2002.
- LIBÂNEO, José Carlos. *Didática*. São Paulo: Cortez editora, 1992
- MENEZES, Luiz Carlos de, *LDB: Uma Física para o Novo Ensino Médio*. São Paulo: USP, 2000
- RAMALHO, Francisco Jr; FERRARO, Nicolau Gilberto; SOARES, Paulo Antônio de Toledo. *Os fundamentos da Física vol 1*. 7. ed. São Paulo: editora moderna LTDA, 1999.
- ROMEIRO, Alice et al *Um olhar sobre a escola*. Brasília: MEC; SEED, 2000
- TIPLER, Paul A. *Física para cientistas e engenheiros volume 1*. 3. ed. Rio de Janeiro: LTC, 1995

*Sites pesquisados*

*[[www.feiradeciencias.com.br/](http://www.feiradeciencias.com.br/)]*

*[[www.conviteafisica.com.br/](http://www.conviteafisica.com.br/)]*

*[[www.eduquenet.net/equilibriocorpos.htm](http://www.eduquenet.net/equilibriocorpos.htm)] -*

*[[www.fisica.ufc.br/mec2.htm](http://www.fisica.ufc.br/mec2.htm)]*

*[[www.fisica.ufc.br/mec1.htm](http://www.fisica.ufc.br/mec1.htm)]*

*[[http://www.feiradeciencias.com.br/sala06/06\\_05.asp](http://www.feiradeciencias.com.br/sala06/06_05.asp)]*

*<http://www.fc.unesp.br/experimentosdefisica/>*

## ANEXO I - Construindo um dinamômetro

### Material

Ferro redondo liso de 45cm e diâmetro 8mm

Serra de ferro

Toco de madeira (10 x 6 x 5) cm

Cola, alicate, canivete ou faca

Arame de aço de 3 m e 0,5 mm (loja de ferragens)

Sarrafo de 'pinus' (15 x 1,5 x 1,5) cm

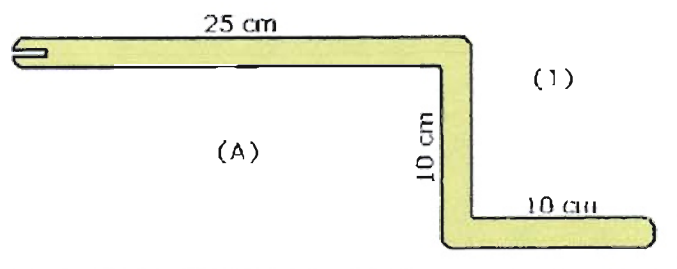
Cano de PVC (1/2") de 25cm

Dois pitões tipo gancho pequenos

Tábua (14 x 20 x 2) cm e dois sargentos

*Nota: Dispondo-se de uma morsa, pode-se suprimir a tábua e os sargentos.*

### Montagem da "máquina de fazer molas"



**Figura A** - Dobre o tarugo de ferro como se ilustra na fig. A e, a seguir, faça um sulco, com a serra de ferro, na extremidade da parte comprida da 'manivela'. Esse sulco tem profundidade de cerca de 1 cm. Faça um furo de 8mm no toco de madeira, de lado a lado, nas faces de 6cm x 5cm e introduza o ferro no furo (esse furo pode ficar bem rente a uma das faces de 10 cm por 6 cm).

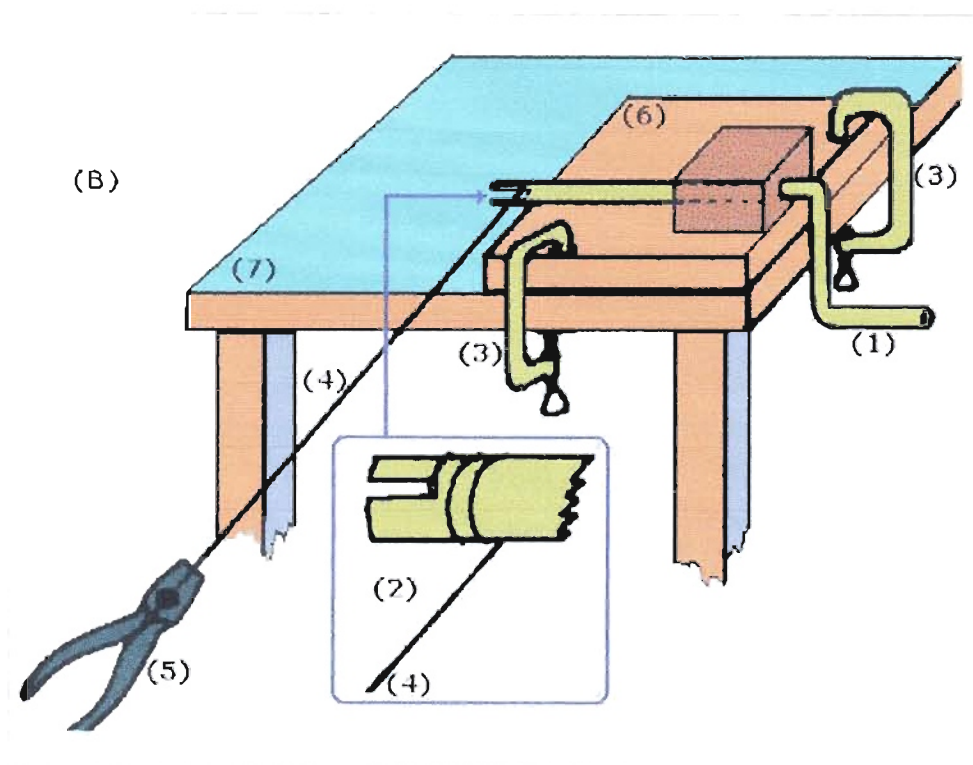
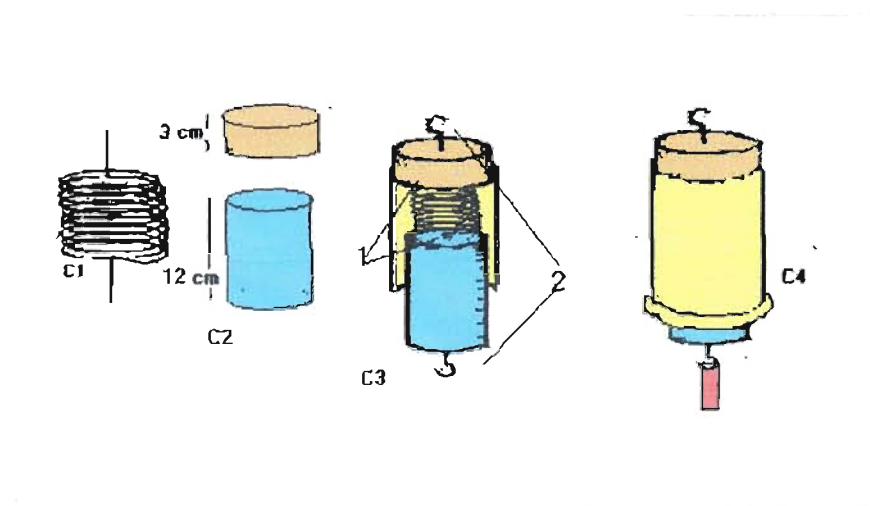


Figura B - Cole (ou aparafuse) esse toco na tábua grande, como indica a fig. B e, com os sargentos, fixe o conjunto na extremidade da mesa. Prenda a ponta do fio de aço no sulco feito no tarugo de ferro (detalhe B-2) e peça alguém para segurar com um alicate a outra ponta, mantendo o fio bem esticado. Vá girando a manivela, sempre com o fio bem esticado, até que ele fique todo enrolado no ferro e com as espiras bem juntas. Se a 'manivela' estiver bem rente à tábua, os sulcos deixados pelo fio de aço, na tábua, irão facilitar o processo.



*Figura C 1- Ao terminar de enrolar, solte vagarosamente o fio e dobre suas extremidades as pontas. Figura C 2 - Dê formato cilíndrico ao sarrafo, cuidando para que os primeiros 3 cm penetre bem apertados no cano de PVC e os restantes 12 cm passe pelo cano com folga. Corte esse sarrafo cilíndrico, separando os 3cm ajustados dos 12 cm folgados. Finque os extremos retos da mola no centro da base de cada sarrafo (C3-1) e coloque o conjunto no cano, como se vê na fig. C3. Enrosque nos centros das bases livres dos cilindros os dois pitões-gancho(C3-2). Para calibrar o aparelho, pendure pesos aferidos no dinamômetro e faça tracinhos no cilindro móvel, como indica a fig. C4.*

[www.feiradeciencias.com.br, julho 2004]

Obs: Com o tempo o dinamômetro pode ter a mola distendida e não estar mais calibrado. Na parte de baixo do cano podemos colocar uma luva para ajustar bem a posição inicial do sarrafo, recalibrando o dinamômetro.

ANEXO II -Figura do palhaço equilibrista em tamanho normal.



### ANEXO III - Montagem do experimento de velocidade constante

#### Tabela do Material

Ítem	Observações
Uma régua de 80 cm	Em princípio qualquer suporte rígido serve. Esta foi a opção que fizemos.
120 cm de mangueira transparente de $\phi=1$ cm de diâmetro	A mangueira a ser escolhida depende do suporte que é utilizado.
Cola de secagem ultra-rápida	
bolas	Bilha pequenas de rolamentos
4 rolhas	Serão usadas como vedantes para as mangueiras.
2 tipos de líquidos de diferentes densidades	Usamos soluções de detergente e limpador multi-uso (dê preferência para os que sejam coloridos para melhorar a visualização).

#### Montagem

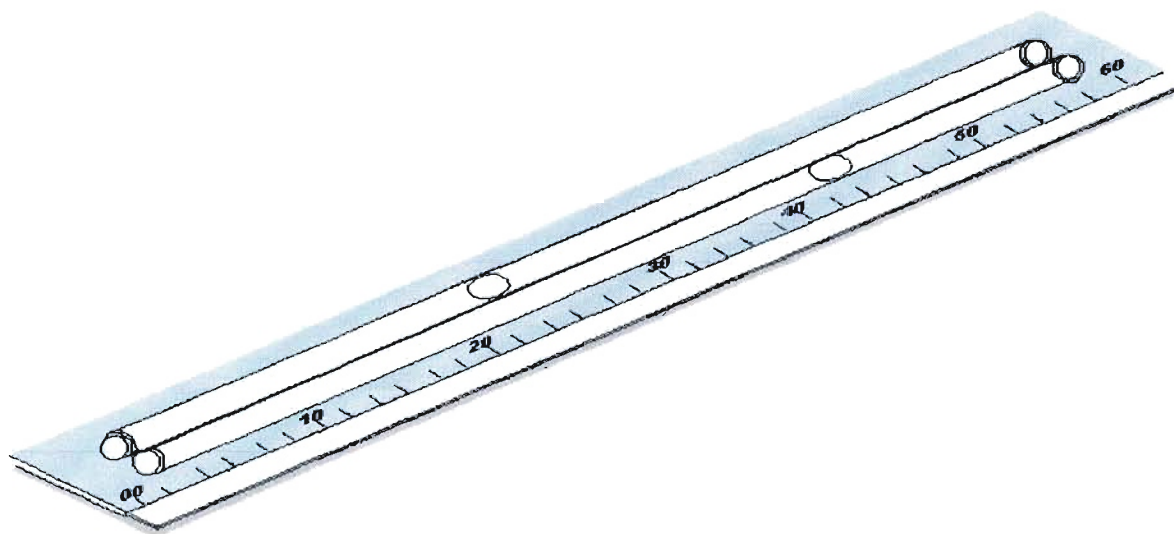
Faz-se uma montagem onde o suporte do tubo é uma régua. Assim, com o auxílio de um relógio ou cronômetro, podemos medir distâncias e tempos de intervalos sucessivos. Verificamos com razoável qualidade que a bolha se deslocava com velocidade constante

- Corte a mangueira em dois pedaços de 80 cm
- Cole as mangueiras paralelamente sobre a régua. Ou utilize arame fino fazendo furos na régua e abraçando as mangueiras para prendê-las..
- Vede com as rolhas apenas uma das extremidades das mangueiras.



- Encha as mangueiras, com líquidos diferentes, até o final, vedando a outra extremidade.
- Sempre ficará uma bolha de ar no interior da mangueira. Coloque as mangueiras de cabeça para baixo para ver a bolha subindo.

Esquema Geral de Montagem



*Figura 45 - Projeto Experimentos de Física com Materiais do Dia-a-Dia - UNESP/Bauru*

WGQ/FCL [<http://www.fc.unesp.br/experimentosdefisica/>, agosto 2004]